

17.0.1 Известно, что среди философов каждый седьмой - математик, а среди математиков каждый пятый - философ. Кого на свете больше - философов или математиков?

Ответ: Философов.

Решение: Обозначим через x число людей, являющихся математиками и философами одновременно. Тогда число математиков равно $7x$, а число философов — $9x$. Значит, философов больше.

17.0.2 В магическом квадрате натуральные числа расставлены так, что суммы чисел в каждой строке и в каждом столбце равны. А бывают ли «магические прямоугольники» 4×5 ?

Ответ: Нет, не бывают.

Решение: Предположим, что сумма чисел в каждом столбце и строчке равняется x . Тогда сумма всех чисел в прямоугольнике с одной стороны равна $4x$ (сложим строчки), а с другой стороны равна $5x$ (сложим столбцы), противоречие.

17.1 Гномы и эльфы обмениваются рукопожатиями. Каждый гном пожимает руку семи эльфам, а каждый эльф пожимает руку шести гномам. Кого из них было больше — гномов или эльфов?

Ответ: Эльфов.

Решение: Посчитаем двумя способами количество рукопожатий (ребер графа). С одной стороны их $7 \cdot$ число гномов. С другой, то же самое число равно $6 \cdot$ число эльфов. Значит, $7 \cdot$ число гномов = $6 \cdot$ число эльфов. 7 больше 6, значит, ответ – эльфов больше.

17.2 В художественной студии организовали Праздник рисунков и в нем участвовали все ученики и 1 руководитель. В течение недели (7 дней) каждый ученик один раз в день рисовал рисунок и дарил его кому-нибудь (в том числе мог подарить и самому себе). В конце недели оказалось, что у каждого из учеников по 2 рисунка, а у руководителя – 100 рисунков. Сколько учеников в этой художественной школе?

Ответ: 20.

Решение:

Можно решить уравнением. Но давайте посчитаем таблицей.

День	Нарисовано	Подарено
1	Кол-во учеников (1 рисунок на каждого)	1 рисунок на каждого ученика
2		1 рисунок на каждого ученика
3		100 рисунков у руководителя
4		
5		
6		
7		

Ячейки одинакового цвета обозначают одинаковое количество. Обе таблицы считают одно и то же число – число рисунков. Тогда, если A – количество учеников, то

Левая таблица = $A \cdot 7 = 2 \cdot A$ (первые 2 ячейки) + 100

Значит, $A = 20$.

17.3 Паспарту смастерил воздушный шар из 32 отрезков ткани - зеленых шестиугольников и красных пятиугольников.

Оказалось, что каждый красный отрез граничит только с зелеными, а каждый зеленый - с тремя красными и тремя зелеными. Сколько отрезков зеленого цвета?

Ответ: 20.

Решение: Если зеленых отрезков x , то, поскольку каждый зеленый отрез граничит с тремя красными, имеется $3x$ границ между зеленым и красным. Красных отрезков $32 - x$. Поскольку каждый из них граничит с пятью зелеными, можно еще раз посчитать границы между зеленым и красным и составить уравнение:

$5 \cdot (32 - x) = 3x$. Из последнего следует, что $x = 20$.

17.4 Думая как открыть запертый заклинанием сундук, волшебник посчитал, что нужно нарисовать в клетках магического квадрата 10×10 некоторое количество символов так, чтобы в каждом квадрате 2×2 было ровно два символа, а в каждом прямоугольнике 3×1 — ровно один. Получится ли у него?

Ответ: Нет

Решение: Пусть так расставить символы получилось. Квадрат 10×10 можно разбить на 25 непересекающихся квадратов 2×2 . Так как в каждом из них — по два символа, то всего их 50. С другой стороны, 99 клеток исходного квадрата можно

разбить на 33 непересекающихся прямоугольника 3×1 . В каждом из них — по одному символу, поэтому всего в квадрате — не больше 34 символов. Противоречие.

17.5 Члены команды пиратского корабля носят треуголки, на углах которых висят кисточки: на одном — одна, на другом — две, а на третьем — три. Каждый вечер пираты аккуратно складывают треуголки стопкой. Однажды один из пиратов, сложив так все треуголки, насчитал с каждого угла по 25 кисточек и понял, что кто-то из пиратов потерял кисточку. Прав ли он?

Ответ: Нет, не могло. (прав)

Решение: Пусть это возможно. С одной стороны в стопке $25 \cdot 3 = 75$ кисточек. Но, $1+2+3=6$. Значит, общее количество кисточек должно делиться на 6. 75 не делится на 6, значит, есть хотя бы одна потерянная кисточка.

17.6 У скряги было 7 пустых кошельков. Он решил наполнить их и в некоторые положил еще по 7 пустых кошельков. Затем скряга повторял этот процесс до тех пор, пока у него не стало 10 непустых кошельков. Сколько всего кошельков стало у скряги? (Новые кошельки можно класть только в пустой кошелек, и только 7 штук сразу)

Ответ: 77

Решение:

Если кошелек А лежит непосредственно в кошельке В, то будем говорить, что из кошелька А в кошелек В идёт стрелка. Пусть всего стало x кошельков. Подсчитаем двумя способами общее количество стрелок. С одной стороны, оно равно $x - 7$, поскольку из каждого кошелька, кроме начальных семи, выходит ровно одна стрелка. С другой стороны, число стрелок равно $10 \cdot 7 = 70$, поскольку в каждый из 10 непустых кошельков входит ровно 7 стрелок (а ни в какой пустой кошелек стрелка не входит). Следовательно, $x - 7 = 70$, откуда $x = 77$.

Альтернативное решение(не подсчетом дважды): Всего непустых кошельков 10, значит скряга добавлял кошельки 10 раз и добавил 70 кошельков. Ещё 7 было изначально, значит всего стало 77 кошельков.

17.7 Руководитель студии нарисовал схему (справа на рисунке) — в каждый кружок записал число, равное сумме чисел на сторонах, выходящих из этого кружка. Краски не успели высохнуть, как по ним пробежал кот и стерлись почти все числа. Ребята смогли восстановить почти все числа в кружочках. Каким может быть число в пустом кружочке?

Ответ: 12

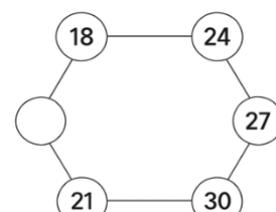
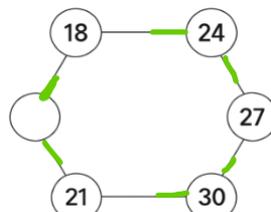
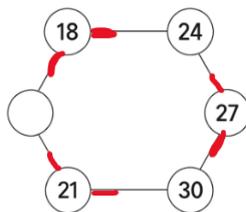
Решение:

Сумму чисел на всех сторонах можно посчитать 2-мя способами:

$$18 + 27 + 21 = 24 + 30 + ?$$

$$66 = 54 + ?$$

$$? = 12$$



17.8 После первенства “Дзюдо против Самбо” спортсмены (дзюдоисты и самбисты) назвали число проведенных поединков: 3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6. Не ошибся ли кто-нибудь?

Ответ: Ошибся.

Решение. Всего выступлений было $3 \cdot 5 + 5 + 6 \cdot 9 = 74$ (ребра посчитаны 2 раза). Дзюдоисты и самбисты выступили одинаковое количество раз (дзюдоист всегда борется с самбистом). Значит и дзюдоисты, и самбисты выступили суммарно по $74/2=37$ раз. Каждый кто выступал — дзюдоист или самбист, значит 37 представляется как сумма некоторых 3, 5 и 6. Но 5 попадет только в одну такую сумму, а в другой будут только 3 и 6, т.е. она будет делиться на 3, а 37 на 3 не делится — противоречие. Значит, кто-то ошибся.

17.9 а) (на разбор) Прямоугольник разрезали двумя прямыми линиями, параллельными его сторонам, на четыре части. Периметры трех получившихся частей указаны на рисунке. Найдите периметр четвертой части.

38	29
?	21

б) В прямоугольнике провели четыре отрезка параллельно сторонам и измерили периметры некоторых получившихся прямоугольников. Найдите периметры остальных прямоугольников и исходного.

13		
4	3	
	7	15

в) В садовом товариществе решили измерить периметры дачных участков. Некоторых хозяев не было дома, поэтому их участки измерить не удалось. Измеренные периметры нанесли на карту. Когда главный землемер посмотрел на карту, он сказал, что можно не мерить участки с вопросительными знаками, с ними и так все понятно. Прав ли он? Сможете ли найти периметры этих участков? Можно ли установить периметр всего дачного поселка?

17		16
7		?
?		9

Ответ: а) 30

б)

13	12	20
4	3	11
8	7	15

в) да, прав. общий периметр посчитать нельзя из-за среднего участка (он может быть любой).

17		16
7		6
10		9

Решение:

а) посчитаем периметр большого прямоугольника 2-мя способами:

$$38 + 21 = ? + 29$$

$$? = 30$$

б)

13	a	b
4	3	c
d	7	15

По аналогии с пунктом а, нужно посчитать периметр общего прямоугольника несколькими способами.

$4 + 7 + b = 13 + 3 + 15 = 13 + 7 + c$. а и b найдем аналогично.

13	12	20
4	3	11
8	7	15

в) да, прав. общий периметр посчитать нельзя из-за среднего участка (он может быть любой).

17		16
7		?
?	a	9

$$7 + a + 16 = a + ? + 17 \rightarrow ? = 6$$

17		16
7	b	6
?	a	9

$$? + b + 16 = 17 + b + 9 \rightarrow ? = 10$$

17		16
7		6
10		9

17.10 В клетки фигуры на рисунке вписаны все натуральные числа от 1 до 16 так, что суммы чисел в обеих строчках и обоих столбцах одинаковы. Положения чисел 1, 5 и 13 показаны на рисунке выше. Какое число может стоять в закрашенной клетке?

Ответ: 9.

Решение: Сумма всех строк и столбиков равна сумме всех чисел в таблице и еще сумме чисел на пересечениях. Так как суммы строк и столбиков одинаковые, то сумма делится на 4. Сумма всех чисел от 1 до 16 равна $(1 + 16) * 16 / 2 = 17 * 8$ делится на 4. Значит и сумма $1 + 5 + 13 +$ неизвестное тоже должна делиться на 4.

$1 + 5 + 13 = 19$, до кратности к 4 не хватает из чисел от 1 до 16 следующих: 1, 5, 9 или 13. Из этих 4 чисел три уже задействовано. Осталось только 9. Значит, на сером месте стоит 9.

