

0. [На разбор] Между 8 планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Меркурий — Венера, Земля — Марс, Юпитер — Сатурн, Уран — Нептун, Меркурий — Марс, Венера — Земля, Юпитер — Нептун, Сатурн — Уран, Меркурий — Земля, Сатурн — Нептун.

- а) Можно ли добраться от Марса до Юпитера?
- б) Сколько пар планет не связано маршрутами?

1. В государстве 8 городов, и из каждого выходит по 3 дороги (каждая дорога соединяет два города).

- а) Сколько всего дорог в государстве?
- б) Может ли быть так, что из одного города нельзя добраться до другого по дороге?

2. В 10 классе 12 человек, а в 11 классе — 10. Собравшись все вместе, они могут поздороваться тремя различными способами:

- а) каждый жмёт руку каждому;
- б) каждый из 10 класса жмёт руку каждому из 11 класса;
- в) каждый жмёт руку каждому из своего класса.

Сколько всего рукопожатий будет сделано в каждом случае?

3. Можно ли построить шесть домов и соединить их прямыми дорогами так, чтобы каждые два дома соединяла дорога и число перекрёстков было не больше трёх (три дома не могут стоять на одной дороге; каждый перекрёсток — пересечение двух дорог)?

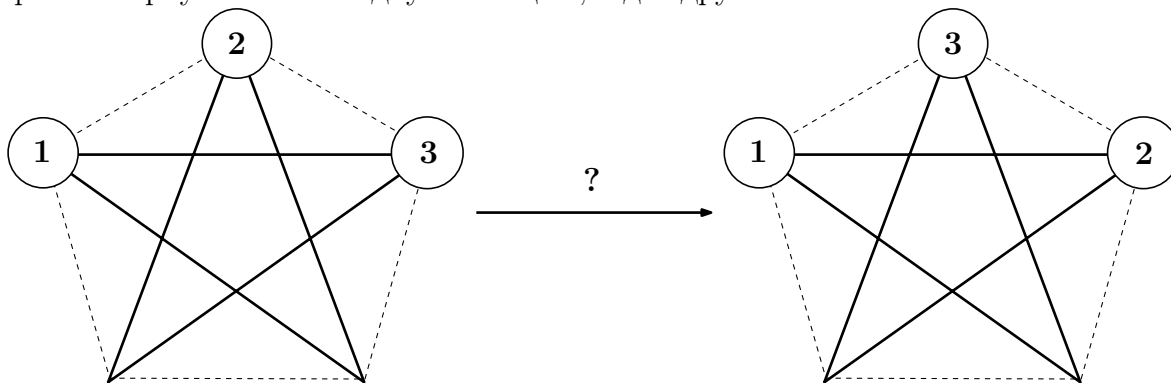
4. Вовочка нашёл 9 разных ботинок и, чтобы они не потерялись, решил связать их шнурки. У Вовочки это получилось, и теперь к каждому ботинку привязаны два других ботинка. Затем Вовочка каждую группу ботинок повесил на свой столб. Сколько столбов могло быть занято, и сколько ботинок на них висит? Перечислите все возможные варианты.

5. В стену забито 6 гвоздей, на которых подвешено 10 верёвок (конец каждой верёвки подвешен за один из гвоздей). Может ли быть так, что

- а) на одном из гвоздей не висит ни одной верёвки?
- б) на 3 гвоздях не висит ни одной верёвки?
- в) на 5 гвоздях не висит ни одной верёвки?

6. В классе 33 человека. Каждый мальчик в классе дружит с 5 девочками, а каждая девочка — с 6 мальчиками. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?

7. В трёх вершинах пятиугольника расположены фишки. Разрешается передвигать любую фишку по диагонали в свободную вершину. Можно ли такими передвижениями добиться того, чтобы одна фишка вернулась на исходную позицию, а две других поменялись местами?



8. Джараксус сказал, что архипелаг «Расколотые острова» в сумме насчитывает 25 островов, а Рагнарос сказал, что каждый из островов этого архипелага соединён мостами с тремя другими. Докажите, что кто-то из них ошибся.

9. Можно ли записать в ряд числа от 0 до 9 так, чтобы сумма любых двух соседних чисел делилась на 5, 7 или 13?

10. Во дворце 100 дверей, для которых есть набор из 21 ключа, причём каждую дверь можно открыть ровно 4 ключами. Докажите, что одним из ключей можно открыть хотя бы 20 дверей.