

Первый тур (10 минут на решение)

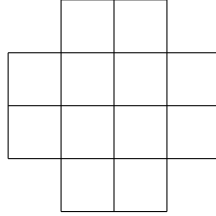
**1.1 (только ответ; 2 балла)** Вычислите  $\sqrt{123456788 \cdot 123456790 + 1}$ .

**1.2 (решение письменно; 2 балла)** В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $CL$ . Докажите, что  $AC > AL$ .

**1.3 (решение устно; 2 балла)** Для игры «обмани друга» 50 рыцарей и лжецов разбили на 9 команд (не обязательно равных по численности). После этого каждый рыцарь заявил, что в его команде есть ещё хотя бы один рыцарь, а каждый лжец — что все члены его команды лжецы. Какое наибольшее число лжецов могло быть среди участников игры?

Второй тур (15 минут на решение)

**2.1 (только ответ; 3 балла)** Сколькими способами можно разбить изображённую на рисунке фигуру на доминошки  $1 \times 2$ ? Разбиения, переходящие друг в друга поворотами, считаются *разными*.



**2.2 (решение письменно; 4 балла)** Подряд выписали числа  $2^{2021}$  и  $5^{2021}$ . Сколько всего цифр написано?

**2.3 (решение устно; 3 балла)** На стороне  $AD$  квадрата  $ABCD$  построен равнобедренный треугольник  $AED$ . Какие значения может принимать угол  $CBE$ ?

Третий тур (15 минут на решение)

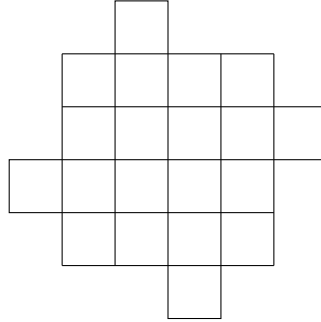
**3.1 (только ответ; 4 балла)** Алиса нарисовала несколько точек так, что никакие три не лежат на одной прямой. Потом она соединила их отрезками — каждую с каждой, а через каждые три точки провела окружность. Всего получилось 120 линий (отрезков и окружностей). Сколько точек было нарисовано?

**3.2 (решение письменно; 2 балла)** Биссектриса одного из углов равнобокой трапеции делит боковую сторону пополам. Найдите периметр трапеции, если боковая сторона равна 12.

**3.3 (решение устно; 6 баллов)** Король показал четверым мудрецам пять колпаков — два красных, один зелёный и два белых — после чего завязал им глаза, надел каждому на голову по колпаку, а пятый спрятал. Потом глаза мудрецам развязали, и каждый видит колпаки своих коллег, но не свой собственный. Кроме того, первый мудрец — дальтоник: он не различает красный и зелёный цвета, но отличает их от белого. Король последовательно спросил первого, второго и третьего мудреца: „Знаешь ли ты, какой колпак надет на тебе?“ и получил следующие ответы: «не знаю», «знаю», «не знаю». (Второй мудрец при этом слышал ответ первого, а третий — первого и второго.) Какого цвета колпак надет на четвёртого мудреца? Ответ объясните.

Четвёртый тур (20 минут на решение)

**4.1 (только ответ — картинки; 6 баллов)** Изобразите *все* способы, которыми можно разрезать показанную на рисунке доску на четыре равные части? Резать можно только по линиям сетки. Части должны быть равны не только по площади, но и по форме; зеркально симметричные части считаются равными. Способы разрезания, отличающиеся только поворотом доски, считаются *одинаковыми*.



**4.2 (решение письменно; 3 балла)** Можно ли клетчатую доску  $2021 \times 2021$  замостить без пропусков и наложений «доминошками» и «крестиками» (из пяти клеток)?

**4.3 (решение устно; 6 баллов)** На доске написана система уравнений, коэффициенты которой заменены звёздочками:

$$\begin{cases} *x + *y + *z = 0 \\ *x + *y + *z = 0 \\ *x + *y + *z = 0 \end{cases}$$

Петя и Вася поочерёдно вписывают вместо звёздочек целые числа. Начинает Петя. Петя выигрывает, если получившаяся в конце система имеет ненулевое решение. Кто из игроков сможет обеспечить себе победу?