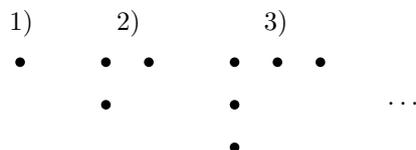


Суммирование

1. а) *Задача, решённая семилетним Гауссом.* Вычислите сумму натуральных чисел от 1 до 100.

б) Выведите формулу для суммы первых n натуральных чисел.

2. Сколько точек в первых ста уголках?



3. Рассмотрим прямоугольники $1 \times \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{99} \times \frac{1}{100}$. Вычислите их суммарную площадь.

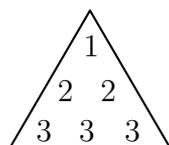
4. Незнайка обнаружил интересную арифметическую закономерность:

$$\begin{aligned}
 1^3 &= 1^2, \\
 1^3 + 2^3 &= (1 + 2)^2, \\
 1^3 + 2^3 + 3^3 &= (1 + 2 + 3)^2, \\
 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 &= (1 + 2 + 3 + 4)^2.
 \end{aligned}$$

Но уже пятое равенство Незнайка поленился проверять. Проверьте вычисления Незнайки, сформулируйте гипотезу для любого натурального n и выясните, верна ли она.

5. Расположите в правильном треугольнике со стороной n одну единицу, две двойки, три тройки и т. д. Случай $n = 3$ см. на рисунке. Рассмотрите ещё два треугольника, полученных из данного поворотом на 120° в обоих направлениях. Глядя на полученные три треугольника, выведите формулу для *суммы квадратов*

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2.$$



6. Вычислите $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 99 \cdot 100$.