Малый мехмат МГУ **7 класс. Группа «А»** **29 февраля 2020 г.**

Остатки

1. Хулиганы Коля и Ваня рвут школьную стенгазету. Коля каждый попадающийся ему кусок рвёт на 4 части, а Ваня — на 16. Могло ли у них получиться ровно 2000 кусочков?

2. Докажите, что куб натурального числа даёт тот же остаток при делении на 6, что и само число.

3. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 весёлых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в разных направлениях. Докажите, что чижи не смогут собраться на одном дереве.

4. Какие остатки при делении на 9 дают: **а)** степени восьмёрки; **б)** степени двойки?

5. На какую цифру оканчивается число **а)** 2^{20}; **б)** 7^{7^7}?

6. Существуют ли такие натуральные числа m и n, что $m^2 + n^2 = 1234567$?

7. У десятичной записи числа 2^{2020} посчитали сумму цифр. У этой суммы снова посчитали сумму цифр и так далее, пока не осталась одна цифра. Какая? (Не повторяйте эти действия.)

Малый мехмат МГУ **7 класс. Группа «А»** **29 февраля 2020 г.**

Остатки

1. Хулиганы Коля и Ваня рвут школьную стенгазету. Коля каждый попадающийся ему кусок рвёт на 4 части, а Ваня — на 16. Могло ли у них получиться ровно 2000 кусочков?

2. Докажите, что куб натурального числа даёт тот же остаток при делении на 6, что и само число.

3. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 весёлых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в разных направлениях. Докажите, что чижи не смогут собраться на одном дереве.

4. Какие остатки при делении на 9 дают: **а)** степени восьмёрки; **б)** степени двойки?

5. На какую цифру оканчивается число **а)** 2^{20}; **б)** 7^{7^7}?

6. Существуют ли такие натуральные числа m и n, что $m^2 + n^2 = 1234567$?

7. У десятичной записи числа 2^{2020} посчитали сумму цифр. У этой суммы снова посчитали сумму цифр и так далее, пока не осталась одна цифра. Какая? (Не повторяйте эти действия.)

Малый мехмат МГУ **7 класс. Группа «А»** **29 февраля 2020 г.**

Остатки

1. Хулиганы Коля и Ваня рвут школьную стенгазету. Коля каждый попадающийся ему кусок рвёт на 4 части, а Ваня — на 16. Могло ли у них получиться ровно 2000 кусочков?

2. Докажите, что куб натурального числа даёт тот же остаток при делении на 6, что и само число.

3. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 весёлых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в разных направлениях. Докажите, что чижи не смогут собраться на одном дереве.

4. Какие остатки при делении на 9 дают: **а)** степени восьмёрки; **б)** степени двойки?

5. На какую цифру оканчивается число **а)** 2^{20}; **б)** 7^{7^7}?

6. Существуют ли такие натуральные числа m и n, что $m^2 + n^2 = 1234567$?

7. У десятичной записи числа 2^{2020} посчитали сумму цифр. У этой суммы снова посчитали сумму цифр и так далее, пока не осталась одна цифра. Какая? (Не повторяйте эти действия.)

Малый мехмат МГУ **7 класс. Группа «Б»** **29 февраля 2020 г.**

Остатки

Говорят, что целое число a даёт при делении на натуральное число n неполное частное q и остаток r, если $a = nq + r$, причём $0 \leqslant r < n$. Таким образом, *при делении на n может быть ровно n различных остатков:* $0, 1, \ldots, n-1$.

1. Какие остатки при делении на 4 может давать квадрат натурального числа? А сумма двух полных квадратов?

2. Хулиганы Коля и Ваня рвут школьную стенгазету. Коля каждый попадающийся ему кусок рвёт на 4 части, а Ваня — на 16. Могло ли у них получиться ровно 2000 кусочков?

3. Докажите, что куб натурального числа даёт тот же остаток при делении на 6, что и само число.

4. Какие остатки при делении на 9 дают: **а)** степени восьмёрки; **б)** степени двойки? (Приведите примеры всевозможных остатков и покажите, что других быть не может.)

5. На какую цифру оканчивается число **а)** 2^{20}; **б)** 7^{7^7}?

6. В натуральном числе как-то переставили цифры и вычли полученное число из исходного. Докажите, что разность всегда будет делиться на 9.

7. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 весёлых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в разных направлениях. Докажите, что чижи не смогут собраться на одном дереве.

Малый мехмат МГУ **7 класс. Группа «Б»** **29 февраля 2020 г.**

Остатки

Говорят, что целое число a даёт при делении на натуральное число n неполное частное q и остаток r, если $a = nq + r$, причём $0 \leqslant r < n$. Таким образом, *при делении на n может быть ровно n различных остатков:* $0, 1, \ldots, n-1$.

1. Какие остатки при делении на 4 может давать квадрат натурального числа? А сумма двух полных квадратов?

2. Хулиганы Коля и Ваня рвут школьную стенгазету. Коля каждый попадающийся ему кусок рвёт на 4 части, а Ваня — на 16. Могло ли у них получиться ровно 2000 кусочков?

3. Докажите, что куб натурального числа даёт тот же остаток при делении на 6, что и само число.

4. Какие остатки при делении на 9 дают: **а)** степени восьмёрки; **б)** степени двойки? (Приведите примеры всевозможных остатков и покажите, что других быть не может.)

5. На какую цифру оканчивается число **а)** 2^{20}; **б)** 7^{7^7}?

6. В натуральном числе как-то переставили цифры и вычли полученное число из исходного. Докажите, что разность всегда будет делиться на 9.

7. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 весёлых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в разных направлениях. Докажите, что чижи не смогут собраться на одном дереве.

Малый мехмат МГУ **Дополнительные задачи** **29 февраля 2020 г.**

8. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний получился нуль. С какого числа начинали? (Укажите все возможные варианты.)

9. Может ли полный квадрат оканчиваться четырьмя одинаковыми ненулевыми цифрами?

10. Найдите такое наименьшее чётное натуральное число a, что $a+1$ делится на 3, $a+2$ — на 5, $a+3$ — на 7, $a+4$ — на 11, $a+5$ — на 13.

Малый мехмат МГУ **Дополнительные задачи** **29 февраля 2020 г.**

8. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний получился нуль. С какого числа начинали? (Укажите все возможные варианты.)

9. Может ли полный квадрат оканчиваться четырьмя одинаковыми ненулевыми цифрами?

10. Найдите такое наименьшее чётное натуральное число a, что $a+1$ делится на 3, $a+2$ — на 5, $a+3$ — на 7, $a+4$ — на 11, $a+5$ — на 13.

Малый мехмат МГУ **Дополнительные задачи** **29 февраля 2020 г.**

8. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний получился нуль. С какого числа начинали? (Укажите все возможные варианты.)

9. Может ли полный квадрат оканчиваться четырьмя одинаковыми ненулевыми цифрами?

10. Найдите такое наименьшее чётное натуральное число a, что $a+1$ делится на 3, $a+2$ — на 5, $a+3$ — на 7, $a+4$ — на 11, $a+5$ — на 13.

Малый мехмат МГУ **Дополнительные задачи** **29 февраля 2020 г.**

8. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний получился нуль. С какого числа начинали? (Укажите все возможные варианты.)

9. Может ли полный квадрат оканчиваться четырьмя одинаковыми ненулевыми цифрами?

10. Найдите такое наименьшее чётное натуральное число a, что $a+1$ делится на 3, $a+2$ — на 5, $a+3$ — на 7, $a+4$ — на 11, $a+5$ — на 13.

Малый мехмат МГУ **Дополнительные задачи** **29 февраля 2020 г.**

8. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний получился нуль. С какого числа начинали? (Укажите все возможные варианты.)

9. Может ли полный квадрат оканчиваться четырьмя одинаковыми ненулевыми цифрами?

10. Найдите такое наименьшее чётное натуральное число a, что $a+1$ делится на 3, $a+2$ — на 5, $a+3$ — на 7, $a+4$ — на 11, $a+5$ — на 13.