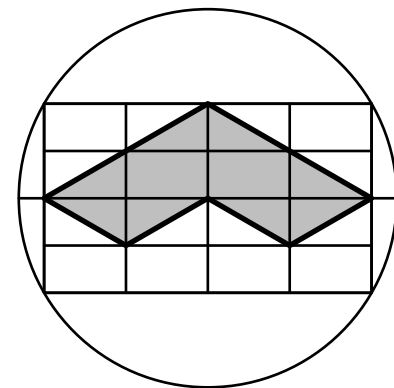


Клеточки

Задача 1. Найдите периметр заштрихованной фигуры, если известно, что диаметр круга равен 12, а все прямоугольники, образующие сетку — одинаковые (но не обязательно являются квадратами).



Задача 2. Шахматная фигура *хромой король* ходит только на одну клетку по горизонтали или по вертикали. Хромой король обошёл шахматную доску, побывав в каждом поле ровно один раз и последним ходом вернувшись на исходное поле. Ломаная, последовательно соединяющая центры полей, не имеет самопересечений. **а)** Нарисуйте пример такой ломаной. **б)** Вычислите площадь фигуры, ограниченной этой ломаной, и докажите, что она не зависит от того, какой маршрут выбрал хромой король. (Площадь одного поля считать единичной.)

В следующих задачах этого листочка фигурирует клетчатая бумага. Мы считаем, что длина стороны каждой клетки равна 1. Точки пересечения вертикальных и горизонтальных линий называются узлами сетки.

Задача 3. На клетчатой бумаге отмечены пять узлов сетки. Доказать, что среди них найдутся два, середина отрезка между которыми тоже попадает в узел сетки.

Задача 4. Нарисуйте треугольник, вершины которого лежат в узлах сетки, длина каждой стороны больше 3, а площадь равна половине площади клетки.

Задача 5. **а)** Существует ли треугольник с вершинами в узлах сетки, площадь которого равна $\frac{2019}{6}$ площади клетки? **б)** А существует ли такой треугольник площади $\frac{2020}{99}$ от площади клетки? **в)** Существует ли многоугольник с вершинами в узлах сетки, площадь которого равна $\frac{2020}{99}$ площади клетки?

Задача 6. Можно ли квадрат 50×50 , с вершинами в узлах сетки, разбить на 15 одинаковых многоугольников с вершинами в узлах сетки?

Дополнительные задачи

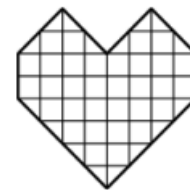
Задача 7. Можно ли в центры 16 клеток шахматной доски 8×8 вбить гвозди так, чтобы никакие три гвоздя не лежали на одной прямой?

Задача 8. Квадрат 2019×2019 разрезали по линиям сетки на несколько прямоугольников. Докажите, что среди них есть хотя бы один прямоугольник, периметр которого делится на 4.

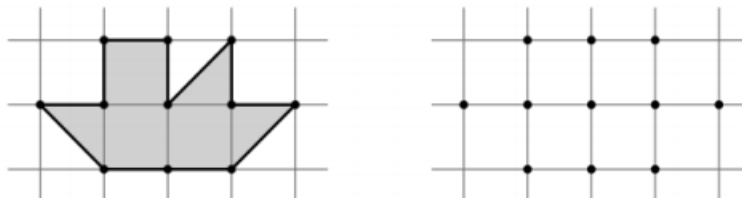
Задача 9. Начертите два четырехугольника с вершинами в узлах сетки, из которых можно сложить **а)** как треугольник, так и пятиугольник; **б)** и треугольник, и четырехугольник, и пятиугольник. Покажите, как это можно сделать.

Клеточки

Задача 1. Лёша купил плитку шоколада в виде сердца. Каждый целый маленький квадратик плитки весит 6 г. Сколько весит вся плитка?



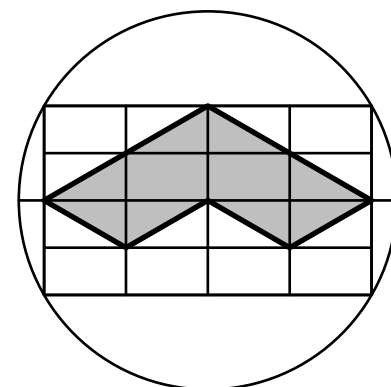
Задача 2. Паучок-ученик натянул паутину между 11 точками так, чтобы его паутинки нигде не пересекались, и в конце вернулся в исходную точку. Паук-учитель его похвалил, и лишь заметил, что настоящие мастера соблюдают эти же условия, но натягивают «правильную» паутину, у которой никакие два отрезка не лежат на одной прямой. Помогите паучку соединить все 11 точек на рисунке «правильной» паутиной.



Задача 3. Можно ли провести из одной точки на плоскости пять лучей так, чтобы среди образованных ими углов было ровно четыре острых? Рассматриваются углы не только между соседними, но и между любыми двумя лучами.

Задача 4. В треугольнике длины двух сторон равны 3,14 и 0,67. Найдите длину третьей стороны, если известно, что она является целым числом.

Задача 5. Найдите периметр заштрихованной фигуры, если известно, что диаметр круга равен 12, а все прямоугольники, образующие сетку — одинаковые (но не обязательно являются квадратами).



Задача 6. Есть много клетчатых квадратов 3×3 . Из каждого квадрата вырезается фигура из пяти (целых) клеток с таким же периметром, как у квадрата. Фигура должна быть *связной*, т. е. не распадаться на мелкие фигурки (два квадратика, соединённые только общей вершиной, вместе не удержатся!). Саша утверждает, что сможет вырезать семь таких фигур, причём все фигуры различны: никакие две из них не совместятся при наложении, даже если их переворачивать. Не ошибается ли он?

Дополнительные задачи

Задача 7. Юра начертил на клетчатой бумаге прямоугольник (по клеточкам) и нарисовал на нём картину. После этого он нарисовал вокруг картины рамку шириной в одну клеточку. Оказалось, что площадь картины равна площади рамки. Какие размеры могла иметь Юрина картина? (Перечислите все варианты и докажите, что других нет.)

Задача 8. На клетчатой бумаге нарисован квадрат со стороной 5 клеток. Его требуется разбить на 5 частей одинаковой площади, проводя отрезки внутри квадрата только по линиям сетки. Сделайте это так, чтобы сумма длин всех проведённых отрезков была равна 16 клеткам.

Задача 9. Нарисуйте на клетчатой бумаге треугольник с вершинами в углах клеток, две медианы которого перпендикулярны. (Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны.)