Малый мехмат МГУ, 7 класс, группа «А» **16 ноября 2019 года**

Логические задачи

Задача 1. Три друга — Пётр, Роман и Сергей — учатся на математическом, физическом и химическом факультетах. Если Пётр математик, то Сергей не физик. Если Роман не физик, то Пётр математик. Если Сергей не математик, то Роман химик. Сможете ли вы определить специальности каждого?

Задача 2. За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Двое из них заявили: „Оба моих соседа — лжецы“, а остальные восемь заявили: „Оба моих соседа — рыцари“. Сколько рыцарей могло быть среди этих 10 человек? (Перечислите все возможные варианты и докажите, что других нет.)

Задача 3. После спектакля «Ревизор» Бобчинский и Добчинский начали препираться на сцене по поводу того, кто первый сказал «Э!».

Бобчинский: Это Вы, Пётр Иванович, первый сказали «Э!».
Вы сами раньше так говорили.

Добчинский: Нет, Пётр Иванович, я так не говорил.
Это Вы сёмгу первый заказали.
Вы и сказали «Э!».
А у меня зуб во рту со свистом.

Бобчинский: Что я сёмгу первый заказал, это верно.
И верно, что у Вас зуб со свистом.
Но всё-таки это Вы первый сказали «Э!».

Выясните, кто первый сказал «Э!», если известно, что из 9 произнесённых фраз нечётное число верных.

Задача 4. В комнате 12 человек; некоторые из них честные, то есть всегда говорят правду, остальные всегда лгут. „Здесь нет ни одного честного человека”, — сказал первый. „Здесь не более одного честного человека”, — сказал второй. Третий сказал, что честных не более двух, четвёртый — что не более трёх, и так далее до двенадцатого, который сказал, что честных людей не более одиннадцати. Сколько честных людей в комнате на самом деле?

Задача 5. У Буратино есть пять монет, ровно одна из них — фальшивая. Какая именно — известно только Коту Базилио. Буратино может выбрать три монеты, одну из них отдать Коту, и за это узнать про другие две, есть ли среди них фальшивая. Буратино знает, что Кот за настоящую монету скажет правду, а за фальшивую — соврёт. Как Буратино определить фальшивую монету, отдав Коту не более трёх монет? (При этом, конечно, может оказаться, что фальшивая монета отдана Коту.)

Задача 6. В некотором государстве живут граждане трёх типов: *дурак* считает всех дураками, а себя умным; *скромный умный* про всех других граждан знает правильно, а себя считает дураком; *уверенный умный* про всех знает правильно и при этом себя считает умным. В думе этого государства 200 депутатов. Иностранный журналист пришёл в зал заседаний думы и провёл анонимный опрос думцев: сколько умных думцев сейчас находится в зале? По данным анкет он не смог узнать количество умных. Но тут из поездки вернулся единственный депутат, не находившийся в зале и не участвовавший в опросе. Он дал журналисту ответ про всю думу, включая себя. После этого журналист сразу понял, сколько в думе умных депутатов. Сколько умных могло быть в думе (включая путешественника)?

Малый мехмат МГУ, 7 класс, группа «А» **16 ноября 2019 года**

Дополнительные задачи

Задача 7. Юра выложил в ряд 2001 монету достоинством 1, 2 и 3 копейки. Оказалось, что между любыми двумя копеечными монетами лежит хотя бы одна монета, между любыми двумя двухкопеечными монетами лежат хотя бы две монеты, а между любыми двумя трёхкопеечными монетами лежат хотя бы три монеты. Сколько у Юры могло быть трёхкопеечных монет?

Задача 8. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, некоторые из которых добрые, а остальные злые. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой может говорить что угодно. При этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император — нет. На празднике император задаёт каждому волшебнику (в каком хочет порядке) по вопросу, на которые можно ответить «да» или «нет». Опросив всех волшебников, император изгоняет одного. Изгнанный волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнаёт, добрый он был или злой. Затем император вновь задает каждому из оставшихся волшебников по вопросу, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (он может это сделать после любого вопроса). Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.

Задача 9. Все цифры некоего шестизначного числа различны и расположены слева направо в возрастающем порядке. Число это — полный квадрат. Определите, какое это число.

Малый мехмат МГУ, 7 класс, группа «А» **16 ноября 2019 года**

Дополнительные задачи

Задача 7. Юра выложил в ряд 2001 монету достоинством 1, 2 и 3 копейки. Оказалось, что между любыми двумя копеечными монетами лежит хотя бы одна монета, между любыми двумя двухкопеечными монетами лежат хотя бы две монеты, а между любыми двумя трёхкопеечными монетами лежат хотя бы три монеты. Сколько у Юры могло быть трёхкопеечных монет?

Задача 8. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, некоторые из которых добрые, а остальные злые. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой может говорить что угодно. При этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император — нет. На празднике император задаёт каждому волшебнику (в каком хочет порядке) по вопросу, на которые можно ответить «да» или «нет». Опросив всех волшебников, император изгоняет одного. Изгнанный волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнаёт, добрый он был или злой. Затем император вновь задает каждому из оставшихся волшебников по вопросу, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (он может это сделать после любого вопроса). Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.

Задача 9. Все цифры некоего шестизначного числа различны и расположены слева направо в возрастающем порядке. Число это — полный квадрат. Определите, какое это число.

Логические задачи

Задача 1. Перед судом предстали три человека, из которых каждый может быть либо аборигеном, либо пришельцем. Судья знает, что аборигены всегда отвечают на вопросы правдиво, а пришельцы всегда лгут. Однако судья не знает, кто из них абориген, а кто — пришелец. Он сначала спросил первого, но не расслышал его ответа. Поэтому он спрашивает сначала второго, а потом третьего о том, что ответил первый. Второй говорит, что первый назвался аборигеном, третий — что первый назвался пришельцем. Кем были второй и третий подсудимые?

Задача 2. Странствующий логик дважды задал абсолютно честному человеку один и тот же вопрос и получил в первый раз ответ «нет», а во второй — «да». Какой вопрос он мог задать?

Задача 3. Когда три подруги — Надя, Валя и Маша — вышли гулять, на них были белое, красное и синее платья. Туфли их были тех же трёх цветов, но только у Нади цвета туфель и платья совпадали. При этом у Вали ни платье, ни туфли не были синими, а Маша была в красных туфлях. Определите цвет платьев и туфель каждой из подруг.

Задача 4. На острове Контрастов живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Некоторые жители заявили, что на острове чётное число рыцарей, а остальные заявили, что на острове нечётное число лжецов. Может ли число жителей острова быть нечётным?

Задача 5. После спектакля «Ревизор» Бобчинский и Добчинский начали препираться на сцене по поводу того, кто первый сказал «Э!».

Бобчинский:	Это Вы, Пётр Иванович, первый сказали «Э!». Вы сами раньше так говорили.
Добчинский:	Нет, Пётр Иванович, я так не говорил. Это Вы сёмгу первый заказали. Вы и сказали «Э!». А у меня зуб во рту со свистом.
Бобчинский:	Что я сёмгу первый заказал, это верно. И верно, что у Вас зуб со свистом. Но всё-таки это Вы первый сказали «Э!».

Выясните, кто первый сказал «Э!», если известно, что из 9 произнесённых фраз нечётное число верных.

Задача 6. Маша считает, что два арбуза тяжелее трёх дынь, Аня считает, что три арбуза тяжелее четырёх дынь. Известно, что одна из девочек права, а другая ошибается. Верно ли, что 12 арбузов тяжелее 18 дынь? (Считается, что все арбузы весят одинаково и все дыни весят одинаково.)

Малый мехмат МГУ, 7 класс, группа «Б» **16 ноября 2019 года**

Дополнительные задачи

Задача 7. За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Двое из них заявили: „Оба моих соседа — лжецы“, а остальные восемь заявили: „Оба моих соседа — рыцари“. Сколько рыцарей могло быть среди этих 10 человек? (Перечислите все возможные варианты и докажите, что других нет.)

Задача 8. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний все пять монет положить **а)** вверх орлом; **б)** вверх решкой?

Задача 9. В школе прошёл забег с участием 5 спортсменов, и все заняли разные места. На следующий день каждого из них спросили, какое место он занял, и каждый, естественно, назвал одно число от 1 до 5. Сумма их ответов оказалась равна 22. Какое наименьшее число школьников сказали неправду?

Малый мехмат МГУ, 7 класс, группа «Б» **16 ноября 2019 года**

Дополнительные задачи

Задача 7. За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Двое из них заявили: „Оба моих соседа — лжецы“, а остальные восемь заявили: „Оба моих соседа — рыцари“. Сколько рыцарей могло быть среди этих 10 человек? (Перечислите все возможные варианты и докажите, что других нет.)

Задача 8. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний все пять монет положить **а)** вверх орлом; **б)** вверх решкой?

Задача 9. В школе прошёл забег с участием 5 спортсменов, и все заняли разные места. На следующий день каждого из них спросили, какое место он занял, и каждый, естественно, назвал одно число от 1 до 5. Сумма их ответов оказалась равна 22. Какое наименьшее число школьников сказали неправду?

Малый мехмат МГУ, 7 класс, группа «Б» **16 ноября 2019 года**

Дополнительные задачи

Задача 7. За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Двое из них заявили: „Оба моих соседа — лжецы“, а остальные восемь заявили: „Оба моих соседа — рыцари“. Сколько рыцарей могло быть среди этих 10 человек? (Перечислите все возможные варианты и докажите, что других нет.)

Задача 8. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний все пять монет положить **а)** вверх орлом; **б)** вверх решкой?

Задача 9. В школе прошёл забег с участием 5 спортсменов, и все заняли разные места. На следующий день каждого из них спросили, какое место он занял, и каждый, естественно, назвал одно число от 1 до 5. Сумма их ответов оказалась равна 22. Какое наименьшее число школьников сказали неправду?