

Раскачаемся!

Задача 1. Половину положительного числа умножили на 20% от этого же числа и получили 22,5. Найдите само число.

Задача 2. а) Сколькими способами можно составить слово (не обязательно осмысленное) из букв слова «СЧАСТЬЕ», если нужно использовать каждую букву ровно один раз?

б) А сколько среди полученных слов таких, которые не начинаются на «Б» и в которых буквы «С» не стоят подряд?

Задача 3. Найдётся ли число, которое делится ровно на 50 чисел из набора 1, 2, 3, ..., 100?

Задача 4. Состоялся матч по футболу 10 на 10 игроков между командой лжецов и командой рыцарей. После матча каждого игрока спросили: «Сколько голов ты забил?» Некоторые участники матча ответили «один», Миша сказал «два», некоторые ответили «три», а остальные сказали «пять». Можно ли определить, кто такой Миша, если рыцари победили со счётом 20 : 17? (Как обычно, рыцари говорят только правду, а лжецы всегда лгут.)

Задача 5. Можно ли расставить цифры 0, 1 и 2 в клетках листа клетчатой бумаги размером 100×100 таким образом, чтобы в каждом прямоугольнике 3×4 оказалось бы три нуля, четыре единицы и пять двоек?

Задача 6. Известно, что число $a + \frac{1}{a}$ — целое. Докажите, что число $a^2 + \frac{1}{a^2}$ — тоже целое.

Дополнительные задачи

Задача 7. В спортивном клубе проходит первенство по теннису. Проигравший партию выбывает из борьбы (ничьих в теннисе не бывает). Пару для следующей партии определяет жребий. Первую партию судил приглашённый судья, а каждую следующую партию должен судить член клуба, не участвующий в ней и не судивший ранее. Могло ли так оказаться, что очередную партию судить некому?

Задача 8. Докажите, что числа 1, 2, ..., n ни при каком $n > 1$ нельзя разбить на два множества так, чтобы произведение чисел одного из них равнялось произведению чисел другого.

Задача 9. Загадано число от 1 до 144. Разрешается выделить одно подмножество множества чисел от 1 до 144 и спросить, принадлежит ли ему загаданное число. За ответ «да» надо заплатить 2 рубля, за ответ «нет» — 1 рубль. Какая наименьшая сумма денег необходима для того, чтобы наверняка угадать число?

Раскачаемся!

Задача 1. Старый гном разложил свои сокровища в три разноцветных сундука, стоящих вдоль стены. В один – драгоценные камни, в другой – золотые монеты, а в третий – магические книги. Он помнит, что красный сундук правее сундука с драгоценными камнями, а магические книги правее, чем красный сундук. В каком сундуке лежат магические книги, если зелёный сундук стоит левее синего?

Задача 2. Среднее арифметическое шести чисел равно 17. После того, как одно из шести чисел удалили, среднее арифметическое оставшихся пяти чисел оказалось равно 19. Чему было равно удалённое число?

Задача 3. Какой цифрой заканчивается произведение $9 \cdot 19 \cdot 29 \cdot 29 \cdot \dots \cdot 2019$?

Задача 4. Когда в Братске полдень — в Гусеве 6 часов утра, а в Комсомольске-на-Амуре 14 часов. А когда в Златоусте полдень — в Елизове 18 часов, а в Гусеве 9 часов утра. Который час в Комсомольске-на-Амуре, когда в Елизове полдень?

Задача 5. На дереве сидело 100 попугайчиков трёх видов: зелёные, жёлтые, пёстрые.

Пролетая мимо, Ворона каркнула: «Среди вас зелёных больше, чем пёстрых!». «Да!» — согласилось 50 попугайчиков, а остальные прокричали «Нет!».

Обрадовавшись завязавшемуся диалогу, Ворона снова каркнула: «Среди вас пёстрых больше, чем жёлтых!». Опять половина попугайчиков закричали «Да!», а остальные — «Нет!».

Зелёные попугайчики оба раза сказали правду, жёлтые — оба раза солгали, а каждый из пёстрых один раз солгал, а один раз сказал правду. Могло ли жёлтых попугайчиков быть больше, чем зелёных?

Задача 6. Сколькими способами можно составить слово (не обязательно осмысленное) из букв слова «СЧАСТЬЕ», если каждую букву нужно использовать ровно один раз?

Задача 7. Шарик и Матроскин надоили 10 литров молока, разлили его по двум вёдрам и понесли домой. Шарик устал и перелил часть молока из своего ведра в ведро Матроскина. От этого у Шарика молока стало втрое меньше, а у Матроскина — втрое больше. Сколько молока стало у Матроскина?

Дополнительные задачи

Задача 8. В семье Крикуновых принято подсчитывать возраст семьи, т. е. сумму возрастов (число полных лет) папы, мамы и всех детей. Тридцать первого декабря Крикуновы празднуют день рождения своей семьи. В год, когда родилась младшая — Даша — семье был 101 год. Через несколько лет Крикуновы праздновали свое 150-летие. Сколько детей в семье Крикуновых?

Задача 9. Какое наименьшее число гирь необходимо для того, чтобы иметь возможность взвесить любое число граммов от 1 до 100 на чашечных весах, если гири можно класть на обе чашки весов?

Задача 10. Можно ли расставить цифры 0, 1 и 2 в клетках листа клетчатой бумаги размером 100×100 таким образом, чтобы в каждом прямоугольнике 3×4 оказалось бы три нуля, четыре единицы и пять двоек?