

Пасхалки

Задача 1. Один всем известный и горячо любимый мальчик, чье имя начинается на десятую букву алфавита, а кончается на одиннадцатую, однажды попытался зарегистрироваться на сайте Одноклассники. Логин, совпадавший с его именем, оказался занят, и он решил написать перестановку из букв своего имени. Сколько вариантов логина у него есть?

Задача 2. Написали 2019-значное число. Каждое двузначное число, образованное его соседними цифрами, делится на 17 или на 23. Последняя цифра числа 1. Какая первая?

Задача 3. Двузначные числа, у которых при умножении на 2 не меняется сумма цифр, называются магическими. Найди все магические числа.

Задача 4. На каждой клетке доски 7×7 сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по диагонали клетки. Докажите, что при этом окажется хотя бы 7 свободных клеток.

Задача 5. Какое наибольшее количество натуральных чисел, не превосходящих 1000 можно выбрать так, чтобы ни одно из этих чисел не делилось на разность никаких двух других.

Задача 6. Странствующий рыцарь выезжает из своего замка на Острове Грёз и, доезжая до любого перекрестка, едет по самой левой дороге. Когда рыцарь попадает в тупик, он просто разворачивается и едет обратно. Докажите, что в конце концов он попадет таким образом назад в свой замок.

Задача 7. Имеется 68 монет, различных по весу. За 100 взвешиваний на чашечных весах найдите самую тяжелую и самую легкую монеты.

Внимание! Сегодня заключительное занятие кружков в этом учебном году.

В осеннем полугодии занятия планируется возобновить в середине сентября.

Следите за объявлениями на сайте mmsf.msu.ru

Дополнительные задачи

Задача 8. Из 27 одинаковых кубиков сложен куб $3 \times 3 \times 3$. Иннокентий хочет раскрасить эти кубики так, чтобы одноцветные кубики не соприкасались (даже вершинами). Какое наименьшее число цветов ему понадобится?

Задача 9. Есть две клетки с крысами по 9 штук в каждой. Каждый день Вася и Петя по очереди переселяют одну крысу в другую клетку и отдают двух крыс из одной клетки Жене. Вася, начав этот процесс первым, утверждает, что сможет отдать последних двух крыс. Прав ли он?

Задача 10. В стране Оз есть много городов, некоторые из которых соединены дорогами. Каждая из дорог вымощена либо жёлтым кирпичом, либо красным, либо зелёным. Известно, что из Изумрудного города выходит ровно одна дорога, а из всех остальных городов — по три дороги. Докажите, что в стране Оз есть город, из которого выходят две дороги одного цвета.

Пасхалки

Задача 1. По кругу расположены 9 шестеренок так, что первая шестеренка сцеплена со второй, вторая — с третьей, ..., восьмая — с девятой, девятая — с первой. Миша крутанул первую шестеренку по часовой стрелке. Что произошло? Почему?

Задача 2. Среди четырех монет одна фальшивая. Она отличается от настоящих весом, но неизвестно, легче она или тяжелее. Масса настоящей монеты 5 г. Имеется одна гиря массы 5 г. Как при помощи двух взвешиваний на чашечных весах обнаружить фальшивую монету, выяснив при этом, легче она или тяжелее настоящей?

Задача 3. У пяти шестиклассников вместе — 60 леденцов. У Алёши леденцов не больше, чем у Бори, у Бори — не больше, чем у Васи, у Васи — не больше, чем у Гриши, у Гриши не больше, чем у Димы.

- а) Сколько, самое большее, может быть леденцов у Васи и Гриши вместе?
- б) Сколько, самое меньшее, может быть леденцов у Алёши и Димы вместе?

Задача 4. Докажите, что произведение 2019 первых простых чисел не является полным квадратом.

Задача 5. Один всем известный и горячо любимый мальчик, чье имя начинается на десятую букву алфавита, а кончается на одиннадцатую, однажды попытался зарегистрироваться на сайте Одноклассники. Логин, совпадавший с его именем, оказался занят, и он решил написать перестановку из букв своего имени. Сколько вариантов логина у него есть?

Задача 6. Написали 2019-значное число. Каждое двузначное число, образованное его соседними цифрами, делится на 17 или на 23. Последняя цифра числа 1. Какая первая?

Задача 7. Двузначные числа, у которых при умножении на 2 не меняется сумма цифр, называются магическими. Найди все магические числа.

Внимание! Сегодня заключительное занятие кружков в этом учебном году.

В осеннем полугодии занятия планируется возобновить в середине сентября.

Следите за объявлениями на сайте mmmf.msu.ru

Дополнительные задачи

Задача 8. Имеется 4 предмета попарно различного веса. Как с помощью чашечных весов без гирь пятью взвешиваниями расположить все эти предметы в порядке возрастания весов.

Задача 9. Странствующий рыцарь выезжает из своего замка на Острове Грёз и, доезжая до любого перекрестка, едет по самой левой дороге. Когда рыцарь попадает в тупик, он просто разворачивается и едет обратно. Докажите, что в конце концов он попадет таким образом назад в свой замок.

Задача 10. Какое наибольшее количество натуральных чисел, не превосходящих 1000 можно выбрать так, чтобы ни одно из этих чисел не делилось на разность никаких двух других.