

Включай и исключай

Задача 1. Сколько существует натуральных чисел, меньших тысячи, которые не делятся ни на 5, ни на 7?

Задача 2. Антон, Артём и Вера решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовём задачу трудной, если её решил только один человек, и лёгкой, если её решили все трое. Каких задач больше — трудных или лёгких — и на сколько?

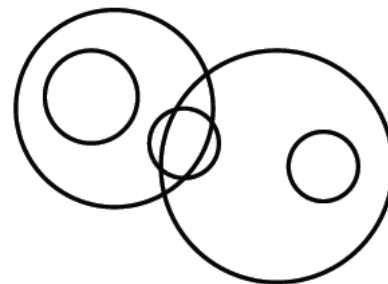
Задача 3. Из ряда натуральных чисел вычеркнули все числа, которые являются квадратами или кубами целых чисел. Какое из оставшихся чисел стоит на сотом месте?

Задача 4. Лесник считал сосны в лесу. Он обошёл пять кругов, изображённых на рисунке, и внутри каждого круга насчитал ровно 3 сосны. Может ли быть, что лесник ни разу не ошибся?

Задача 5. Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причём для любой пары учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдётся кружок, в котором занимается не менее $\frac{2}{3}$ всего класса.

Задача 6. В комнате площадью 6 м^2 постелили три ковра произвольной формы площадью 3 м^2 каждый. Докажите, что какие-либо два из них перекрываются по площади, не меньшей 1 м^2 .

Задача 7. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев должно пройти, чтобы каждые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?



Внимание! В следующую субботу, 27 апреля, состоится заключительное занятие в весеннем полугодии 2019 г.

В осеннем полугодии занятия планируется возобновить в середине сентября.

Следите за объявлениями на сайте mmmf.msu.ru

Дополнительные задачи

Задача 8. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения с пятизначным кодом, а когда пришёл получать вещи, выяснилось, что он забыл код. Он только помнит, что в коде были числа 23 и 37. Сколько кодов ему придётся перебрать, чтобы наверняка открыть камеру?

Задача 9. У Чебурашки есть набор из 36 камней массами 1 г, 2 г, ..., 36 г, а у Шапокляк есть суперклей, одной каплей которого можно склеить два камня в один (соответственно, можно склеить 3 камня двумя каплями и так далее). Шапокляк хочет склеить камни так, чтобы Чебурашка не смог из получившегося набора выбрать один или несколько камней общей массой 37 г. Какого наименьшего количества капель клея ей хватит, чтобы осуществить задуманное?

Задача 10. В классе 32 ученика. Было организовано 33 кружка, причём каждый кружок состоит из трёх человек и никакие два кружка не совпадают по составу. Доказать, что найдутся такие два кружка, которые пересекаются ровно по одному ученику.

Включай и исключай

Задача 1. Незнайка заявил, что в его классе 20 ребят окончили четверть без троек, а 10 бездельничали всю четверть. „Опять Незнайка что-то напутал — у нас в классе всего 29 учеников!“ — возмутился Знайка. Однако один сообразительный бездельник смог доказать, что Незнайка был прав. Как ему это удалось?

Задача 2. Незнайка продолжил удивлять окружающих. На этот раз он заявил, что ему удалось выписать восемь разных натуральных чисел так, что пять из них делятся на 2, шесть делятся на 3 и два делятся на 4. Могло ли такое быть?

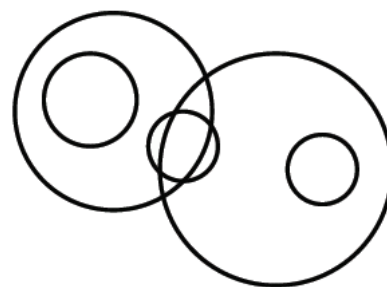
Задача 3. В кондитерском отделе супермаркета посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и одну коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

Задача 4. Лесник считал сосны в лесу. Он обошёл пять кругов, изображённых на рисунке, и внутри каждого круга насчитал ровно 3 сосны. Может ли быть, что лесник ни разу не ошибся?

Задача 5. Художник Худобеднов за месяц работы написал 42 картины. На 17 из них есть лес, на 29 — река, а на 13 — и то, и другое; на остальных картинах — не пойми что. Сколько картин изображают «не пойми что»?

Задача 6. В классе из 25 учеников читать умеют 12, считать — 8, писать — 9, читать и писать — 4, читать и считать — 5, писать и считать — 3, читать, считать и писать — 2. Сколько учеников до сих пор ничему не научились?

Задача 7. Первоклассникам раздали карточки для обучения чтению: на некоторых написано слог МА, а на остальных — слог НЯ. Каждый ученик взял три карточки и стал составлять из них слова. Оказалось, что 13 детей могут составить слово МАМА, 15 детей — слово НЯНЯ, а 20 детей могут составить слово МАНЯ. Сколько первоклассников получило три одинаковые карточки?



Внимание! В следующую субботу, 27 апреля, состоится заключительное занятие в весеннем полугодии 2019 г.

В осеннем полугодии занятия планируется возобновить в середине сентября.

Следите за объявлениями на сайте mmmf.msu.ru

Дополнительные задачи

Задача 8. Антон, Артём и Вера решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовём задачу трудной, если её решил только один человек, и лёгкой, если её решили все трое. Каких задач больше — трудных или лёгких — и на сколько?

Задача 9. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев должно пройти, чтобы каждые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?

Задача 10. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения с пятизначным кодом, а когда пришёл получать вещи, выяснилось, что он забыл код. Он только помнит, что в коде были числа 23 и 37. Сколько кодов ему придётся перебрать, чтобы наверняка открыть камеру?