

Иннокентий и математика

Задача 1. Иннокентий написал пример для своего года рождения, но его друг Макар стёр все скобки. Восстановите пример: $1 - 2 \cdot 3 + 4 + 5 \cdot 6 \cdot 7 + 8 \cdot 9 = 1995$.

Задача 2. Иннокентий собирает букет маме на праздник. В букете будут только цветики-семицветики, которые состоят из 7 лепестков разного цвета: красного, оранжевого, жёлтого, зелёного, голубого, синего и фиолетового. Иннокентий хочет, чтобы все цветики в букете были различными. Какое максимальное количество цветиков может быть в букете?

Задача 3. Иннокентий хочет записать по кругу 2015 натуральных чисел так, чтобы для каждых двух соседних чисел частное от деления большего на меньшее было простым числом. Его друг Макар утверждает, что это невозможно. Кто прав?

Задача 4. Иннокентий придумал четырёхзначное число, а потом забыл. Его друг Макар, которому Иннокентий сообщил число, отказывается его называть, но даёт подсказки:

- 1) число является точным квадратом;
- 2) если убрать первую цифру слева, то оно станет точным кубом.
- 3) если убрать две первые цифры, то оно станет четвёртой степенью целого числа.

Помогите Иннокентию вспомнить это число.

Задача 5. 13 одноклассников Иннокентия сели за круглый стол и договорились, что мальчики будут врать девочкам, а друг другу говорить правду, а девочки, наоборот, будут врать мальчикам, а друг другу говорить правду. Один из детей сказал своему правому соседу: «Большинство из нас мальчики». Тот сказал своему правому соседу: «Большинство из нас девочки», а он своему соседу справа: «Большинство из нас мальчики», а тот своему: «Большинство из нас девочки», и так далее, пока последний ребёнок не сказал первому: «Большинство из нас мальчики». Сколько мальчиков было за столом?

Задача 6. На доске Макар написал три правильные несократимые дроби, дающие в сумме единицу, причём их числители — различные натуральные числа. Иннокентий заметил, что если каждую из этих дробей «перевернуть» (т. е. заменить на обратную), то сумма полученных дробей будет натуральным числом. Приведите пример таких дробей.

Задача 7. Иннокентий начал делить все числа, которые приходят ему в голову, на 7 и заметил такую странную вещь: у всех делящихся нацело на 7 чисел сумма цифр строго больше единицы. Прав ли он?

Дополнительные задачи

Задача 8. На краю круглого вращающегося стола через равные промежутки стояли 30 чашек с чаем. Иннокентий и Макар сели за стол и стали пить чай из каких-то двух чашек (не обязательно соседних). Когда они допили чай, Иннокентий повернул стол так, что перед каждым опять оказалось по полной чашке. Когда и эти чашки опустели, Иннокентий снова повернул стол (возможно, на другой угол), и снова перед каждым оказалась полная чашка. И так продолжалось до тех пор, пока весь чай не был выпит. Докажите, что если бы Иннокентий всегда поворачивал стол так, чтобы его новая чашка стояла через одну от предыдущей, то им бы тоже удалось выпить весь чай (т. е. тоже каждый раз обе чашки оказывались бы полными).

Задача 9. Может ли Макар разложить 100 гирь массами 1, 2, 3, ..., 99, 100 г на 10 кучек разной массы так, чтобы выполнялось условие: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней гирь?

Задача 10. Иннокентий хочет поставить в клетки квадрата 10×10 некоторое количество звёздочек так, чтобы в каждом квадрате 2×2 было ровно две звёздочки, а в каждом прямоугольнике 3×1 — ровно одна звёздочка. Удастся ли ему это? (В каждой клетке может стоять не более одной звёздочки.)

Иннокентий и математика

Задача 1. С понедельника по среду Иннокентий ест на завтрак манную кашу, с четверга по субботу — рисовую кашу, а в воскресенье делает себе яичницу. По чётным числам месяца Иннокентий говорит правду, а по нечётным — неправду. В какие из первых десяти дней апреля 2019 года он мог сказать: «Завтра я буду есть на завтрак манную кашу»?

Задача 2. День рождения Иннокентия был 19 февраля. Этот день обладает интересной особенностью — переставляя цифры дня и месяца, можно получить текущий год. А какие еще даты в этом году обладают таким свойством?

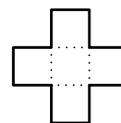
Задача 3. Иннокентий написал пример для своего года рождения, но его друг Макар стер все скобки. Восстановите пример: $1 - 2 \cdot 3 + 4 + 5 \cdot 6 \cdot 7 + 8 \cdot 9 = 1995$.

Задача 4. Иннокентий с другом Макаром нашли клад из 148 монет и разделили его пополам. Затем они решили сыграть в такую игру: они по очереди будут выкладывать на стол монеты, за один ход — одну, две или три, а выиграет тот, кто положит на стол сотую по счёту монету. Начинает Макар. Кто может выиграть в такой игре, независимо от того, как будет действовать соперник?

Задача 5. Обычно Иннокентия до школы подвозит мама на машине в 9:00, а в 9:30 они встречаются на шоссе маршрутку. Сегодня они проспали и выехали в 9:20, но вновь встретил ту же маршрутку. В какое время произошла встреча, если машина мамы Иннокентия едет в полтора раза быстрее маршрутки? (Маршрутка ходит по расписанию с постоянной скоростью, на шоссе нигде не останавливается.)

Задача 6. Иннокентий собирает букет маме на праздник. В букете будут только цветики-семицветики, которые состоят из 7 лепестков разного цвета: красного, оранжевого, жёлтого, зелёного, голубого, синего и фиолетового. Иннокентий хочет, чтобы все цветики в букете были различными. Какое максимальное количество цветиков может быть в букете?

Задача 7. Иннокентий должен разрезать крест, составленный из пяти одинаковых квадратов, на три многоугольника, равных по площади и периметру. Помогите ему!

*Дополнительные задачи*

Задача 8. У Иннокентия есть мобильный телефон, заряда аккумулятора которого хватает на 6 часов разговора или 210 часов ожидания. Когда Иннокентий сел в поезд, телефон был полностью заряжен, а когда он выходил из поезда, телефон разрядился. Сколько времени он ехал на поезде, если известно, что Иннокентий говорил по телефону ровно половину времени поездки?

Задача 9. На Нью-Васюковской валютной бирже за 11 тугриков дают 14 динаров, за 22 рупии — 21 динар, за 10 рупий — 3 талера, а за 5 крон — 2 талера. Сколько тугриков Иннокентий может выменять за 13 крон?

Задача 10. Иннокентий закусывал в придорожном кафе, когда мимо него проехал автобус. Через три плюшки после автобуса мимо Иннокентия проехал мотоцикл, а ещё через три плюшки — автомобиль. Мимо Макара, который кушал в другом кафе у той же дороги, они проехали в другом порядке: сначала — автобус, через три плюшки — автомобиль, а ещё через три плюшки — мотоцикл. Известно, что Иннокентий и Макар всегда едят плюшки с одной и той же постоянной скоростью. Найдите скорость автобуса, если скорость автомобиля — 60 км/ч, а скорость мотоцикла — 30 км/ч.