

*Десятичная запись*

**Задача 1.** Назовём натуральное число  $n$  *квадратируемым*, если числа от 1 до  $n$  можно расставить в таком порядке, что каждое число в сумме со своим номером в последовательности даёт точный квадрат. Например, число 5 квадратируемо, так как можно расставить числа так: 3, 2, 1, 5, 4, при этом  $3 + 1 = 2 + 2 = 1 + 3 = 4$  и  $5 + 4 = 4 + 5 = 9$ . Выясните, какие из чисел 7, 9, 11, 15 являются квадратируемыми.

**Задача 2.** Аня перемножила 20 двоек, а Ваня перемножил 17 пятёрок. Теперь они собираются перемножить свои огромные числа. Какова будет сумма цифр произведения?

**Задача 3.** Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2019 — нет). Представьте число 2000 двумя способами в виде суммы двух палиндромов.

**Задача 4.** В трёхзначном числе первую цифру (разряд сотен) увеличили на 3, вторую — на 2, третью — на 1. В итоге число увеличилось в 4 раза. Приведите пример такого исходного числа.

**Задача 5.** Вася помнит, что его друг Петя живет на Курчатовской улице в доме №8, а номер квартиры забыл. На просьбу уточнить адрес Петя ответил: „Номер моей квартиры — трёхзначное число. Если переставить в нем цифры, то получится пять других трёхзначных чисел. Так вот, сумма этих пяти чисел будет в точности 2017“. Помогите Васе вспомнить номер квартиры Пети.

**Задача 6.** Найдите двузначное число, цифры которого различны и квадрат которого равен кубу суммы его цифр.

**Задача 7.** Могут ли произведения всех ненулевых цифр двух последовательных натуральных чисел отличаться ровно в 54 раза?

*Дополнительные задачи*

**Задача 8.** К натуральному числу  $A$  приписали справа три цифры. Получившееся число оказалось равным сумме всех натуральных чисел от 1 до  $A$ . Найдите  $A$ .

**Задача 9.** Последняя цифра в записи натурального числа в 2019 раз меньше самого числа. Найдите все такие числа.

**Задача 10.** Существует ли натуральное число, кратное 2019, сумма цифр которого равна 2019?

*Десятичная запись*

**Задача 1.** К числу прибавили сумму его цифр и получили 2019. Приведите пример такого числа.

**Задача 2.** Некоторое четырёхзначное число сложили с числом, записываемым теми же цифрами, но в обратном порядке, и получили 4983. Какие числа складывали?

**Задача 3.** Назовём натуральное число  $n$  *квадратируемым*, если числа от 1 до  $n$  можно расставить в таком порядке, что каждое число в сумме со своим номером в последовательности даёт точный квадрат. Например, число 5 квадратируемо, так как можно расставить числа так: 3, 2, 1, 5, 4, при этом  $3 + 1 = 2 + 2 = 1 + 3 = 4$  и  $5 + 4 = 4 + 5 = 9$ . Выясните, какие из чисел 7, 9, 11, 15 являются квадратируемыми.

**Задача 4.** Аня перемножила 20 двоек, а Ваня перемножил 17 пятёрок. Теперь они собираются перемножить свои огромные числа. Какова будет сумма цифр произведения?

**Задача 5.** Натуральное число называется палиндромом, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2019 — нет). Представьте число 2000 двумя способами в виде суммы двух палиндромов.

**Задача 6.** Найдите все такие трёхзначные числа МГУ, состоящие из различных цифр М, Г и У, для которых выполняется равенство

$$\text{МГУ} = (\text{М} + \text{Г} + \text{У}) \cdot (\text{М} + \text{Г} + \text{У} + 1).$$

**Задача 7.** В трёхзначном числе первую цифру (разряд сотен) увеличили на 3, вторую — на 2, третью — на 1. В итоге число увеличилось в 4 раза. Приведите пример такого исходного числа.

*Дополнительные задачи*

**Задача 8.** Вася помнит, что его друг Петя живет на Курчатовской улице в доме №8, а номер квартиры забыл. На просьбу уточнить адрес Петя ответил: „Номер моей квартиры — трёхзначное число. Если переставить в нем цифры, то получится пять других трёхзначных чисел. Так вот, сумма этих пяти чисел будет в точности 2017“. Помогите Васе вспомнить номер квартиры Пети.

**Задача 9.** На доске написаны четыре трёхзначных числа, в сумме дающие 2019. Для записи их всех были использованы только две различные цифры. Приведите пример таких чисел.

**Задача 10.** Найдите двузначное число, цифры которого различны и квадрат которого равен кубу суммы его цифр.