

Принцип Дирихле

Задача 1. В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок. Всегда ли можно вырезать коврик размером 1×1 , не содержащий внутри дырок? (Дырки считаются точечными).

Задача 2. а) Покажите, что среди любых шести целых чисел найдутся два, разность которых кратна 5. б) Останется ли это утверждение верным, если вместо разности взять сумму?

Задача 3. Можно ли квадратную таблицу заполнить числами $-1, 0, 1$ так, чтобы суммы во всех строках, во всех столбцах и на главных диагоналях были различны?

Задача 4. Десять друзей послали друг другу праздничные открытки; каждый послал пять открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.

Задача 5. Докажите, что в любой компании найдутся два человека, имеющие одинаковое число друзей (из этой компании).

Задача 6. В классе 33 ученика, всем вместе 430 лет. Докажите, что если выбрать 20 самых старших из них, то им вместе будет не меньше, чем 260 лет. (Возраст любого ученика – целое число.)

Задача 7. Квадратная площадь размером 100×100 выложена квадратными плитами 1×1 четырёх цветов: белого, красного, чёрного и серого – так, что никакие две плиты одинакового цвета не соприкасаются друг с другом (то есть не имеют общей стороны или вершины). Сколько может быть красных плит?

Внимание! Следующее занятие — 16 марта. 9 марта занятия не будет!

Дополнительные задачи

Задача 8. В волейбольном турнире команды играют друг с другом по одному матчу. За победу дается одно очко, за поражение – ноль. Известно, что в один из моментов турнира все команды имели разное количество очков. Сколько очков набрала в конце турнира предпоследняя команда, и как она сыграла с победителем?

Задача 9. Квадрат разрезали 18 прямыми, из которых девять параллельны одной стороне квадрата, а девять – другой, на 100 прямоугольников. Оказалось, что ровно девять из них – квадраты. Докажите, что среди этих квадратов найдутся два равных между собой.

Задача 10. По кругу выписаны числа $1, 2, 3, \dots, 10$ в некотором порядке. Петя вычислил суммы всех троек записанных подряд чисел и написал на доске наименьшую из вычисленных сумм. Какое наибольшее число могло у него получиться?

Принцип Дирихле

Задача 1. Пятеро молодых рабочих получили на всех зарплату — 150 000 рублей. Каждый из них хочет купить себе магнитофон ценой 32 000 рублей. Докажите, что кому-то из них придется подождать с покупкой до следующей зарплаты.

Задача 2. а) Докажите, что в любой футбольной команде есть два игрока, которые родились в один и тот же день недели. б) Докажите, что среди жителей Москвы найдутся десять тысяч, празднующих день рождения в один и тот же день.

Задача 3. Можно ли разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?

Задача 4. В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок. Всегда ли можно вырезать коврик размером 1×1 , не содержащий внутри дырок? (Дырки считаются точечными).

Задача 5. В магазин привезли 25 ящиков с тремя разными сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта.

Задача 6. В классе 25 учеников. Известно, что у любых двух девочек класса количество друзей-мальчиков из этого класса не совпадает. Какое наибольшее количество девочек может быть в этом классе?

Задача 7. Десять друзей послали друг другу праздничные открытки; каждый послал пять открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.

Внимание! Следующее занятие — 16 марта. 9 марта занятия не будет!

Дополнительные задачи

Задача 8. Докажите, что среди степеней двойки есть две, разность которых делится на 2019.

Задача 9. Докажите, что в любой компании найдутся два человека, имеющие одинаковое число друзей (из этой компании).

Задача 10. В волейбольном турнире команды играют друг с другом по одному матчу. За победу дается одно очко, за поражение — ноль. Известно, что в один из моментов турнира все команды имели разное количество очков. Сколько очков набрала в конце турнира предпоследняя команда, и как она сыграла с победителем?