

*1 тур**Задачи на 1 балл*

Задача 1. Сколькими способами из цифр 1, 2, 3, 4 можно составить число, кратное 6? При составлении числа каждую цифру можно использовать один раз или не использовать совсем.

Задача 2. В ряд выписаны цифры 987654321. Поставьте между ними ровно два знака минус так, чтобы значение полученного выражения было минимальным. (Например, при расстановке $9876-54-321$ получается 9501.)

Задача 3. Болельщики «Спартак» говорят правду, когда «Спартак» выигрывает, и лгут, когда он проигрывает. Аналогично ведут себя болельщики «Динамо», «Зенита» и «Локомотива». После двух матчей с участием этих четырёх команд, каждая из которых закончилась победой одной из команд, а не ничьей, из болельщиков, смотревших трансляцию, на вопрос «Болеете ли вы за «Спартак»?» положительно ответили 200 человек, на вопрос «Болеете ли вы за «Динамо»?» положительно ответили 300 человек, на вопрос «Болеете ли вы за «Зенит»?» положительно ответили 500 человек, на вопрос «Болеете ли вы за «Локомотив»?» положительно ответили 600 человек. Сколько человек болело за каждую из команд?

Задачи на 2 балла

Задача 4. Коля придумал себе развлечение: он переставляет цифры в числе 2015, после чего ставит между любыми двумя цифрами знак умножения. При этом ни один из получившихся двух сомножителей не должен начинаться с нуля. Затем он вычисляет значение этого выражения. Например: $150 \cdot 2 = 300$, или $10 \cdot 25 = 250$. Какое наибольшее число у него может получиться в результате такого вычисления?

Задача 5. Какое максимальное количество полосок 5×1 можно вырезать из квадрата на клетчатой бумаге размера 8×8 клеток?

Задача 6. В выражение $(** + **)(** + **) = ****$ вставьте цифры вместо звёздочек так, чтобы получилось верное равенство и было использовано не более четырёх различных цифр. (Число не может начинаться с нуля.)

Задачи на 3 балла

Задача 7. Петя пришел в школьный зооуголок, поормить питомцев орехами. Он взял себе три орешка, а пятую часть остатка отсыпал хомячку. Затем он взял себе один орешек и пятую часть остатка отсыпал белке. У клетки с мышкой он взял себе 2 орешка и пятую часть остатка отсыпал ей. Оставшиеся орехи он разделил поровну между четырьмя попугаями. Какое наименьшее число орехов могло быть у Пети, если каждый питомец получил целое число орехов?

Задача 8. Пятьдесят три игрушечных солдатика были разложены в четыре коробки: красную, синюю, зеленую и желтую. В синей коробке лежит меньше всего солдатиков. Если всех солдатиков из синей коробки переложить в красную, то в ней станет солдатиков в два раза больше, чем в зеленой. Если же всех солдатиков из синей коробки переложить в зеленую, то в ней станет в два раза больше, чем в желтой. Сколько солдатиков было в каждой коробке первоначально?

Задача 9. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист и мотоциклист. Через 30 минут велосипедисту оставалось проехать 3 км до середины пути. Мотоциклист же через 20 минут после начала движения уже отъехал на 2 км от середины пути. Через какое время после начала движения произошла их встреча?

*2 тур**Задачи на 1 балл*

Задача 10. Родник даёт бочку воды за 24 минуты. Сколько бочек воды даёт родник за сутки?

Задача 11. Сорок детей водили хоровод. Из них 22 держали за руку мальчика и 30 держали за руку девочку. Сколько девочек было в хороводе?

Задача 12. На столе лежат конфеты трёх видов: ириски, карамельки и леденцы. Известно, что ирисок на 8 меньше, чем всех остальных конфет, а карамелек — на 14 меньше, чем всех остальных конфет. Сколько леденцов лежит на столе?

Задачи на 2 балла

Задача 13. Каждый член партии доверяет пяти однопартийцам, но никакие двое не доверяют друг другу. При каком минимальном размере партии такое возможно?

Задача 14. Шесть почти честных пиратов закопали добытые золотые монеты на необитаемом острове и пустились в бега. Через год первый пират вернулся на остров, разделил все монеты на шесть равных частей, одна монета оказалась лишней. Пират забрал себе одну из частей и лишнюю монету, а остальное закопал. То же самое сделали по очереди остальные пираты, причем никто из них не знал о действиях других. Через много лет ученый археолог наткнулся на закопанные монеты. Какое наименьшее количество монет мог найти археолог?

Задача 15. Дана квадратная решётка 4×4 точек (то есть решётка 3×3 с отмеченными 4×4 вершинами всех клеток). Какое минимальное число треугольников нужно нарисовать, чтобы каждая точка попала на границу одного из треугольников? Приведите пример с указанным Вами числом треугольников.

*Задачи на 3 балла*

Задача 16. В разноцветной семейке было поровну белых, синих и полосатых детей-осьминожков. Когда несколько синих осьминожков стали полосатыми, папа решил посчитать детей. Синих и белых вместе взятых оказалось 10, зато белых и полосатых вместе взятых — 18. Сколько детей в разноцветной семейке?

Задача 17. Найти все натуральные числа n от 1 до 100 такие, что если перемножить все делители числа n (включая 1 и n), получим число n^3 .

Задача 18. В трюме корабля образовалась течь. Сразу же включили насос, откачивающий воду, однако он не справлялся, и через 10 минут уровень воды в трюме поднялся на 20 см. Тогда включили второй насос такой же мощности, и через 5 минут уровень опустился на 10 см. Тут течь заделали. За какое время насосы откачают остаток воды?

*3 тур**Задачи на 1 балл*

Задача 19. По хорошей лыжне двое лыжников шли со скоростью 12 км/ч, расстояние между ними было 500 м. Начался трудный участок, на котором скорость лыжников упала до 9 км/ч. Как изменилось расстояние между лыжниками, когда они оба вышли на этот участок?

Задача 20. За полугодие Федя получил по математике 35 оценок. Перед самым Новым годом все двойки и тройки он пересдал: в электронном журнале двойки были исправлены на тройки, а «старые» тройки — на четвёрки. При этом количество троек осталось прежним, а средний балл вырос на 0,4. Сколько двоек было у Феи первоначально?

Задача 21. В записи $* 1 * 2 * 4 * 8 * 16 * 32 * 64 = 101$ вместо звёздочек поставьте знаки «+» или «-» так, чтобы равенство стало верным.

Задачи на 2 балла

Задача 22. Убирая детскую комнату к приходу гостей, мама нашла 9 носков. Среди любых четырёх носков хотя бы два принадлежали одному ребёнку, а среди любых пяти носков не более трёх имели одного хозяина. Сколько могло быть детей и сколько носков могло принадлежать каждому ребёнку?

Задача 23. Вокруг стола пустили пакет с семечками. Первый взял 1 семечку, второй — 2, третий — 3 и так далее: каждый следующий брал на одну семечку больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 100 семечек больше, чем на первом. Сколько человек сидело за столом?

Задача 24. Машина едет со скоростью 60 км/ч. На сколько следует увеличить скорость, чтобы выиграть на каждом километре по одной минуте?

Задачи на 3 балла

Задача 25. Малыш и Карлсон съели бочку варенья и корзину печенья, начав и закончив одновременно. Сначала Малыш ел печенье, а Карлсон — варенье, потом (в какой-то момент) они поменялись. Карлсон и варенье, и печенье ел в три раза быстрее Малыша. Какую часть варенья съел Карлсон, если печенья они съели поровну?

Задача 26. У юного художника была одна банка синей и одна банка жёлтой краски, каждой из которых хватает на покраску 38 дм² площади. Используя всю эту краску, он нарисовал картину: синее небо, зелёную траву и жёлтое солнце. Зелёный цвет он получал, смешивая две части жёлтой краски и одну часть синей. Какая площадь на его картине закрашена каждым цветом, если площадь травы на картине на 6 дм² больше, чем площадь неба?

Задача 27. Три команды собрались на летней школе участвовать в квесте. Перед началом Славик перешел из первой команды во вторую, Антон — из второй команды в третью, а Марина — из третьей в первую. После этого средний возраст первой команды вырос на неделю, второй — вырос на две недели, третьей — уменьшился на четыре недели. Известно, что в первой и второй командах было по 12 человек. Сколько человек было в третьей команде?

Допы, разрезать, листов по кол-ву команд

Задача 28. (1 балл) Туристическая фирма провела акцию: «Купи путевку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путевку, и получи стоимость путевки обратно». За время действия акции 13 покупателей пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых клиента, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправились в Страну Пирамид бесплатно?

Задача 29. (2 балла) Расставьте в клетках квадрата 3×3 числа 2, 4, 5, . . . , 11 так, чтобы произведение чисел в первой строке равнялось произведению чисел в первом столбце, произведение чисел во второй строке равнялось произведению чисел во втором столбце, а произведение чисел в третьей строке равнялось произведению чисел в третьем столбце.

Задача 30. (3 балла) Футбольный мяч сшит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит с пятью белыми, а каждый белый — с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?