

Делим и умножаем

Натуральное число a делится (иногда говорят — «нацело делится») на натуральное число b , если существует такое натуральное число c , что $a = bc$. Числа, на которые делится число a , называются его делителями.

Число называется простым, если оно имеет ровно два делителя — единицу и само себя. Число называется составным, если оно имеет более двух делителей. Число 1 особое — у него ровно один делитель, и оно не считается ни простым, ни составным.

Задача 1. Найдите все делители числа: **а)** 108; **б)** 1001.

Задача 2. Известен такой фокус. Возьмём любое трёхзначное число, запишем его дважды, полученное шестизначное число разделим на 7, частное разделим на 11, новое частное разделим на 13 — в результате получается исходное число. В чём секрет этого фокуса?

Задача 3. а) Придумайте пять чисел, каждое из которых имеет ровно три делителя. Какую вы видите закономерность? Попробуйте написать общую формулу для таких чисел.

б) Придумайте пять чисел, каждое из которых имеет ровно четыре делителя.

Задача 4. Второклассники Коля, Вася, Миша, Стёпа и Гриша по очереди верно решили пять примеров из таблицы умножения. Каждый следующий мальчик получил ответ в полтора раза больше предыдущего. Какие числа умножал Стёпа?

Задача 5. Вчера Никита купил несколько ручек: чёрные — по 9 рублей за штуку и синие — по 4 рубля за штуку. Зайдя сегодня в тот же магазин, он обнаружил, что цены на ручки изменились: чёрные стали стоить 4 рубля за штуку, а синие — 9 рублей. Увидев такое, Никита сказал с досадой: «Покупай я те же ручки сегодня, сэкономил бы 49 рублей». Не ошибается ли он?

Задача 6. На складе лежало несколько целых головок сыра. Ночью пришли крысы и съели 10 головок, причём все ели поровну. У нескольких крыс от обжорства заболели животы. Остальные 7 крыс следующей ночью доели оставшийся сыр, но каждая крыса смогла съесть вдвое меньше сыра, чем накануне. Сколько сыра было на складе первоначально?

Задача 7. Используя каждую из цифр от 0 до 9 ровно по разу, запишите 5 ненулевых чисел так, чтобы каждое делилось на предыдущее.

Дополнительные задачи

Задача 8. Маленькие детки кушали конфетки. Каждый съел на 7 конфет меньше, чем все остальные вместе, но всё же больше одной конфеты. Сколько всего конфет было съедено?

Задача 9. Натуральное число называется палиндромом, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2016 — нет). Представьте число 2016 в виде произведения трёх палиндромов, больших 1 (найдите все варианты и объясните, почему других нет).

Задача 10. Дан прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения (длина, ширина и высота) — целые числа. Известно, что если длину и ширину увеличить на 1, а высоту уменьшить на 2, то объём параллелепипеда не изменится. Докажите, что какое-то из измерений данного параллелепипеда кратно трём

Делим и умножаем

Натуральное число a делится (иногда говорят — «нацело делится») на натуральное число b , если существует такое натуральное число c , что $a = bc$. Числа, на которые делится число a , называются его делителями.

Число называется простым, если оно имеет ровно два делителя — единицу и само себя. Число называется составным, если оно имеет более двух делителей. Число 1 особое — у него ровно один делитель, и оно не считается ни простым, ни составным.

Задача 1. Найдите все делители числа: **а)** 108; **б)** 1001.

Задача 2. Незнайка заявил, что:

- 1) если ни один из множителей не делится на некоторое число, то и произведение не делится на это число;
- 2) если ни одно слагаемое не делится на некоторое число, то и сумма не делится на это число;
- 3) если сумма нескольких слагаемых делится на некоторое число, то и каждое слагаемое делится на это число.

Так ли это? Если нет, приведите опровергающие примеры.

Задача 3. а) Найдите два таких числа, чтобы при умножении одного из них на 12, а другого на 16 получились равные произведения.

б) Жители острова Невезения, как и мы с вами, делят сутки на несколько часов, час на несколько минут, а минуту на несколько секунд. Но у них в сутках 77 минут, а в часе 91 секунда. Сколько секунд в сутках на острове Невезения?

Задача 4. а) Придумайте пять чисел, каждое из которых имеет ровно три делителя. Какую вы видите закономерность? Попробуйте написать общую формулу для таких чисел.

б) Придумайте пять чисел, каждое из которых имеет ровно четыре делителя.

Задача 5. У Незнайки есть пять карточек с цифрами: 1, 2, 3, 4 и 5. Помогите ему составить из этих карточек два числа — трёхзначное и двузначное — так, чтобы первое число делилось на второе.

Задача 6. Сумма трёх различных наименьших делителей некоторого числа A равна 8. На сколько нулей может оканчиваться число A ?

Задача 7. Каждый день баран учит одинаковое количество языков. К вечеру своего дня рождения он знал 1000 языков. В первый день того же месяца он знал к вечеру 820 языков, а в последний день этого месяца — 1100 языков. Когда у барана день рождения?

Дополнительные задачи

Задача 8. Вчера Никита купил несколько ручек: чёрные — по 9 рублей за штуку и синие — по 4 рубля за штуку. Зайдя сегодня в тот же магазин, он обнаружил, что цены на ручки изменились: чёрные стали стоить 4 рубля за штуку, а синие — 9 рублей. Увидев такое, Никита сказал с досадой: «Покупай я те же ручки сегодня, сэкономил бы 49 рублей». Не ошибается ли он?

Задача 9. Второклассники Коля, Вася, Миша, Стёпа и Гриша по очереди верно решили пять примеров из таблицы умножения. Каждый следующий мальчик получил ответ в полтора раза больше предыдущего. Какие числа умножал Стёпа?

Задача 10. На складе лежало несколько целых головок сыра. Ночью пришли крысы и съели 10 головок, причём все ели поровну. У нескольких крыс от обжорства заболели животы. Остальные 7 крыс следующей ночью доели оставшийся сыр, но каждая крыса смогла съесть вдвое меньше сыра, чем накануне. Сколько сыра было на складе первоначально?