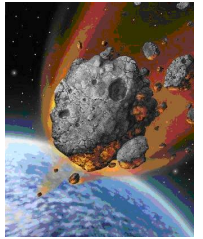


1. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.
2. По кругу выписано несколько чисел, каждое из которых равно среднему арифметическому двух соседних с ним. Докажите, что все эти числа равны.
3. 8 грибников собрали 37 грибов. Известно, что никакие двое не собрали грибов поровну и каждый нашёл хотя бы один гриб. Докажите, что какие-то двое из них собрали больше, чем какие-то пятеро.
4. На шахматной доске стоят несколько ладей. Обязательно ли найдется ладья, бьющая не более двух других? (Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
5. Докажите, что для любых 10 точек на плоскости найдутся пять не пересекающихся отрезков, концы которых совпадают с данными точками.
6. В стране есть несколько городов. Сумасшедший путешественник едет из города А в самый далёкий от него город В. Затем едет в самый далёкий от В город С и т.д. Докажите, что если город С не совпадает с городом А, то путешественник никогда не вернётся обратно в город А.
7. В космическом пространстве летают 1329 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
8. Гоша задумал четыре неотрицательных числа и посчитал их всевозможные попарные суммы (всего 6 штук). Какие числа он задумал, если эти суммы — 1, 2, 3, 4, 5, 6?
9. На плоскости дано конечное множество многоугольников (не обязательно выпуклых), каждые два из которых имеют общую точку. Докажите, что существует прямая, имеющая общие точки со всеми этими многоугольниками.



1. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.
2. По кругу выписано несколько чисел, каждое из которых равно среднему арифметическому двух соседних с ним. Докажите, что все эти числа равны.
3. 8 грибников собрали 37 грибов. Известно, что никакие двое не собрали грибов поровну и каждый нашёл хотя бы один гриб. Докажите, что какие-то двое из них собрали больше, чем какие-то пятеро.
4. На шахматной доске стоят несколько ладей. Обязательно ли найдется ладья, бьющая не более двух других? (Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
5. Докажите, что для любых 10 точек на плоскости найдутся пять не пересекающихся отрезков, концы которых совпадают с данными точками.
6. В стране есть несколько городов. Сумасшедший путешественник едет из города А в самый далёкий от него город В. Затем едет в самый далёкий от В город С и т.д. Докажите, что если город С не совпадает с городом А, то путешественник никогда не вернётся обратно в город А.
7. В космическом пространстве летают 1329 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
8. Гоша задумал четыре неотрицательных числа и посчитал их всевозможные попарные суммы (всего 6 штук). Какие числа он задумал, если эти суммы — 1, 2, 3, 4, 5, 6?
9. На плоскости дано конечное множество многоугольников (не обязательно выпуклых), каждые два из которых имеют общую точку. Докажите, что существует прямая, имеющая общие точки со всеми этими многоугольниками.

