

1. Занятие длится два часа. Число задач не ограничено. Поэтому, хотя Миша иногда замечает, что его решение какой-то из задач неверно, он не пытается решить её заново, а принимается за новые задачи.
 - а) Каждые пять минут Мише кажется, что он решил три новые задачи, но одновременно оказывается, что одна из решённых им, по его мнению, задач решена неверно. Сколько задач Миша будет считать решёнными, когда занятие окончится?
 - б) За час до окончания занятия Мише показалось, что он решил первые три задачи, но он тут же понял, что его решение задачи 1 — неверно. За полчаса до конца ему показалось, что он решил следующие девять задач, но одновременно он понял, что ошибся в решении задачи 2. За четверть часа до конца Миша придумал решения для следующих 27 задач, но, правда, оказалось, что он ошибся в решении задачи 3, и т.д. Сколько задач Миша будет считать решёнными, когда занятие окончится?
2. Для любого натурального n сумма n первых членов последовательности больше n . Докажите, что в последовательности бесконечно много положительных членов.
3. На плоскости отмечено конечное число точек (но не менее двух). Докажите, что можно провести окружность
 - а) не проходящую ни через одну из этих точек;
 - б) проходящую ровно через одну из этих точек;
 - в) проходящую ровно через две из этих точек.
4. Есть несколько (конечное число) геометрических прогрессий, состоящих из натуральных чисел. Докажите, что некоторое натуральное число не входит ни в одну из них.
5. Маша задумала целое число от 1 до 100. Алёша может называть любые натуральные числа. Если число, названное Алёшей, совпадает с тем, о котором думает Маша, считается, что Алёша победил, и Маша ему об этом сообщает. В противном случае Маша молча меняет своё число. Она делит его на Алёшино, если деление нацело возможно, иначе умножает своё число на Алёшино и прибавляет 1. Сможет ли Алёша победить?
6. Имеется таблица из трёх строк и бесконечного числа столбцов. В каждой клетке таблицы стоит натуральное число. Докажите, что можно так выбрать два столбца в таблице, что в каждой из строк число, стоящее в первом столбце будет не меньше числа, стоящего во втором столбце.
7. Никита переставил натуральные числа, и они теперь стоят не по порядку. Можно ли зачеркнуть часть из них так, чтобы оставалось бесконечно много чисел и каждое следующее из них было вдвое больше предыдущего?

1. Занятие длится два часа. Число задач не ограничено. Поэтому, хотя Миша иногда замечает, что его решение какой-то из задач неверно, он не пытается решить её заново, а принимается за новые задачи.
 - а) Каждые пять минут Мише кажется, что он решил три новые задачи, но одновременно оказывается, что одна из решённых им, по его мнению, задач решена неверно. Сколько задач Миша будет считать решёнными, когда занятие окончится?
 - б) За час до окончания занятия Мише показалось, что он решил первые три задачи, но он тут же понял, что его решение задачи 1 — неверно. За полчаса до конца ему показалось, что он решил следующие девять задач, но одновременно он понял, что ошибся в решении задачи 2. За четверть часа до конца Миша придумал решения для следующих 27 задач, но, правда, оказалось, что он ошибся в решении задачи 3, и т.д. Сколько задач Миша будет считать решёнными, когда занятие окончится?
2. Для любого натурального n сумма n первых членов последовательности больше n . Докажите, что в последовательности бесконечно много положительных членов.
3. На плоскости отмечено конечное число точек (но не менее двух). Докажите, что можно провести окружность
 - а) не проходящую ни через одну из этих точек;
 - б) проходящую ровно через одну из этих точек;
 - в) проходящую ровно через две из этих точек.
4. Есть несколько (конечное число) геометрических прогрессий, состоящих из натуральных чисел. Докажите, что некоторое натуральное число не входит ни в одну из них.
5. Маша задумала целое число от 1 до 100. Алёша может называть любые натуральные числа. Если число, названное Алёшей, совпадает с тем, о котором думает Маша, считается, что Алёша победил, и Маша ему об этом сообщает. В противном случае Маша молча меняет своё число. Она делит его на Алёшино, если деление нацело возможно, иначе умножает своё число на Алёшино и прибавляет 1. Сможет ли Алёша победить?
6. Имеется таблица из трёх строк и бесконечного числа столбцов. В каждой клетке таблицы стоит натуральное число. Докажите, что можно так выбрать два столбца в таблице, что в каждой из строк число, стоящее в первом столбце будет не меньше числа, стоящего во втором столбце.
7. Никита переставил натуральные числа, и они теперь стоят не по порядку. Можно ли зачеркнуть часть из них так, чтобы оставалось бесконечно много чисел и каждое следующее из них было вдвое больше предыдущего?