

Упражнение:

Вспомните признаки делимости на 3 и 9.

Как связаны остатки при делении на 3 и 9 с суммой цифр числа?

1. Делится ли число $10^{2017} + 8$ на 9?
2. Известно, что $35! = 10333147966386144929x66651337523200000000$ (через $n!$ обозначается произведение натуральных чисел от 1 до n). Найдите цифру, замененную x .
3. Найдите наименьшее число, кратное 45, десятичная запись которого состоит только из единиц и нулей.
4. Известно, что натуральное число n в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что n делится на 27.
5. Докажите, что число 1234567891011...2001 (поряд выписаны числа от 1 до 2001) не является точным квадратом.
6. Вася задумал число и прибавил к этому числу его сумму цифр. Петя также задумал число и тоже прибавил к нему его сумму цифр. В результате сложения у Васи и Пети получились одинаковые числа. Верно ли, что они задумывали одинаковые числа?
7. Квадрат суммы цифр двузначного числа A равен сумме цифр числа A^2 . Найдите все такие A .
8. На доске написано число 8^n . У него вычисляется сумма цифр, у полученного числа вновь вычисляется сумма цифр, и так далее, до тех пор, пока не получится однозначное число. Что это за число, если $n = 2012$?

Упражнение:

Вспомните признаки делимости на 3 и 9.

Как связаны остатки при делении на 3 и 9 с суммой цифр числа?

1. Делится ли число $10^{2017} + 8$ на 9?
2. Известно, что $35! = 10333147966386144929x66651337523200000000$ (через $n!$ обозначается произведение натуральных чисел от 1 до n). Найдите цифру, замененную x .
3. Найдите наименьшее число, кратное 45, десятичная запись которого состоит только из единиц и нулей.
4. Известно, что натуральное число n в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что n делится на 27.
5. Докажите, что число $1234567891011 \dots 2001$ (поряд выписаны числа от 1 до 2001) не является точным квадратом.
6. Вася задумал число и прибавил к этому числу его сумму цифр. Петя также задумал число и тоже прибавил к нему его сумму цифр. В результате сложения у Васи и Пети получились одинаковые числа. Верно ли, что они задумывали одинаковые числа?
7. Квадрат суммы цифр двузначного числа A равен сумме цифр числа A^2 . Найдите все такие A .
8. На доске написано число 8^n . У него вычисляется сумма цифр, у полученного числа вновь вычисляется сумма цифр, и так далее, до тех пор, пока не получится однозначное число. Что это за число, если $n = 2012$?

Решения:

1.

2.

3. Число кратно 45, если оно кратно каждому из двух взаимно простых чисел: 9 и 5. Так как искомое число делится на 9, то его сумма цифр должна делиться на 9. Следовательно, количество единиц в искомом числе кратно девяти. Число, кратное пяти, может оканчиваться на 0 или на 5, но второй случай невозможен по условию. Таким образом, искомое число должно содержать 9 единиц и оканчиваться нулем.

Ответ: 1111111110.

4. Обозначим через s сумму цифр данного числа n . По условию $n = 3s$, следовательно n делится на 3. Тогда согласно признаку делимости на 3 сумма цифр s числа n должна делиться на 3, т.е. $s = 3k$ для некоторого натурального k . Имеем $n = 3s = 9k$, это означает, что n делится на 9. Тогда согласно признаку делимости на 9 сумма цифр s числа n должна делиться на 9, т.е. $s = 9m$ для некоторого натурального m . Окончательно, $n = 3s = 3 \times 9m = 27m$, т.е. n делится на 27.

5.

6.

7.

8.