Малый мехмат МГУ, 5 класс, группа «А» **17 марта 2018 года**

Докажи свою правоту

Задача 1. На гранях кубика расставлены числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырёх боковых гранях оказалась равна 12, во второй — 15. Что написано на грани, противоположной той, где написана цифра 3?

Задача 2. Можно ли расставить на рёбрах куба числа от 1 до 12 так, чтобы все суммы чисел на гранях были одинаковыми?

Задача 3. Пять рыцарей надели пять плащей, и каждому плащ оказался короток. Тогда рыцари, сняв плащи, выстроились по росту. Самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т.д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и в этом случае каждому рыцарю плащ окажется короток.

Задача 4. Главный преподаватель Малого мехмата загадал два числа, больших 2017. Всем желающим он сказал сумму этих чисел, но никто не мог точно определить эти числа. Тогда он сказал, что среди них есть чётное, и ребята, подумав, с легкостью назвали это числа. Какие числа загадал преподаватель? Ответ обоснуйте.

Задача 5. В Солнечном городе живут 25 коротышек. У каждого из них есть три воздушных шарика: красный, синий и жёлтый. Смогут ли они так поменяться шариками, чтобы у каждого все три шарика оказались одноцветными?

Задача 6. В ряд выложены карточки, на которых написаны цифры 7, 8, 9, 4, 5, 6, 1, 2, 3. Разрешается выбрать несколько карточек, лежащих подряд, и переложить их в обратном порядке. Можно ли за три таких операции добиться порядка 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

Задача 7. В одной из клеточек **а)** полоски 1×3; **б)** креста из пяти клеток; **в)** полоски 1×4; **г)** квадрата 2×2 сидит заяц, но охотнику он не виден. Охотник каждым выстрелом поражает одну из клеток. Если он не попадает в зайца, то до следующего выстрела напуганный зайчик перебегает в одну из соседних по стороне клеток. У охотника всего 5 патронов. Может ли он действовать так, чтобы наверняка убить зайца?

Малый мехмат МГУ, 5 класс, группа «А» **17 марта 2018 года**

Дополнительные задачи

Задача 8. На прозрачном столе стоит куб $3 \times 3 \times 3$, составленный из 27 одинаковых кубиков. Со всех шести сторон (спереди, сзади, слева, справа, сверху, снизу) мы видим квадрат 3×3. Какое наибольшее число кубиков можно убрать так, чтобы со всех сторон был виден квадрат 3×3 и при этом оставшаяся система кубиков не разваливалась?

Задача 9. На доске написаны числа от 1 до 2017. Вася за одну операцию может прибавить к любому числу на доске его первую или последнюю цифру и выписать результат на доску. Верно ли, что любое натуральное число Вася сможет выписать на доску через несколько таких операций?

Задача 10. Можно ли расставить числа от 1 до 10 в круг так, что сумма любых трёх, стоящих рядом, была бы больше 16?