

Правильным называется многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.

1. Чему равен угол правильного n -угольника?
2. Нарисуйте для каждого n n -угольник, у которого все углы равны, но он не является правильным.
3. Докажите, что середины сторон правильного многоугольника образуют правильный многоугольник.
4. Докажите, что для любого натурального n существует выпуклый многоугольник, имеющий ровно n осей симметрии.
5. Аудитория имеет форму правильного шестиугольника со стороной 3 м. В каждом углу установлен храпометр, определяющий число спящих студентов на расстоянии, не превышающем 3 м. Сколько всего спящих студентов в аудитории, если сумма показаний храпометров равна 7?
6. Докажите, что сумма расстояний от любой точки, расположенной внутри правильного n -угольника, до его сторон не зависит от выбора точки.
7. Отмечены вершины и середины сторон правильного десятиугольника (то есть всего отмечено 20 точек). Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?
8. Дан правильный девятиугольник. Сколькими способами можно выбрать три его вершины так, чтобы они являлись вершинами равнобедренного треугольника?
9. Существует ли правильный многоугольник, в котором ровно половина диагоналей параллельна сторонам?

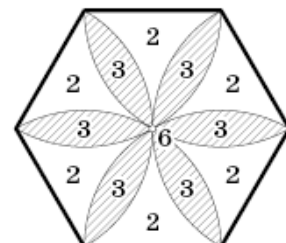
Правильным называется многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.

1. Чему равен угол правильного n -угольника?
2. Нарисуйте для каждого n n -угольник, у которого все углы равны, но он не является правильным.
3. Докажите, что середины сторон правильного многоугольника образуют правильный многоугольник.
4. Докажите, что для любого натурального n существует выпуклый многоугольник, имеющий ровно n осей симметрии.
5. Аудитория имеет форму правильного шестиугольника со стороной 3 м. В каждом углу установлен храпометр, определяющий число спящих студентов на расстоянии, не превышающем 3 м. Сколько всего спящих студентов в аудитории, если сумма показаний храпометров равна 7?
6. Докажите, что сумма расстояний от любой точки, расположенной внутри правильного n -угольника, до его сторон не зависит от выбора точки.
7. Отмечены вершины и середины сторон правильного десятиугольника (то есть всего отмечено 20 точек). Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?
8. Дан правильный девятиугольник. Сколькими способами можно выбрать три его вершины так, чтобы они являлись вершинами равнобедренного треугольника?
9. Существует ли правильный многоугольник, в котором ровно половина диагоналей параллельна сторонам?

Решения:

1. проверить формулу
2. проверить рисунок. должен отличаться от правильного паараллельным переносом сторон.
- 3.
4. $n = 1$ равнобедренный, но не правльный треугольник,
 $n = 2$ ромб, но не квадрат,
 $n \geq 3$ правильный n -угольник.

5. Каждого студента "видят" 2, 3 или 6 храпометров (см. рис).
Значит, 7 разбивается в сумму слагаемых, каждое из которых равно 2, 3 или 6. Легко видеть, что 7 представляется в виде такой суммы единственным образом: $7 = 3 + 2 + 2$. Количество слагаемых равно количеству студентов.



6. Рассмотрим площадь многоугольника, как сумму площадей, полученных в разбиении треугольников. Каждый треугольник посчитаем как половину произведения высоты и стороны. Но стороны не мяняются при изменении точки внутри многоугольника, так же как и сама площадь многоугольника не меняется. Значит и сумма высот тоже не меняется.
7. Треугольник однозначно определяется тремя своими вершинами. Из двадцати точек три можно выбрать $C_{20}^3 = 1140$ способами. Учитывая, что три точки, лежащие на одной стороне десятиугольника, не образуют треугольника, получим: $1140 - 10 = 1130$ треугольников.
8. Для каждой двух вершин девятиугольника существует ровно одна его вершина, равноудаленная от них, поэтому каждый из получающихся равнобедренных, но не равносторонних, треугольников однозначно определяется своим основанием. Количество способов выбрать две точки из девяти равно C_9^2 . Но при таком способе подсчета каждый из трёх равносторонних треугольников учтен три раза. Поэтому искомое число равно $36 - 6 = 30$.
9. Диагональ параллельна стороне, если между концами стороны и концами диагонали находится по равному числу сторон. Значит, диагональ параллельна какой-то стороне, если один из отсекаемых ею многоугольников имеет четное число сторон. Поэтому если число сторон правильного многоугольника нечетно, то каждая его диагональ параллельна какой-то стороне. Если же число сторон четно (равно $2k$), то из каждой вершины выходит $2k - 3$ диагонали, из которых только каждая четная по порядку, считая от стороны, параллельна какой-то стороне, то есть диагоналей, параллельных сторонам, меньше половины.
Ответ: не существует.