Одним из интересных результатов геометрии на клетчатой бумаге является *формула Пика.* Оказывается, что для многоугольников **с вершинами в узлах сетки** площадь задаётся количеством узлов, попавших внутрь многоугольника и на его границу.

Формула Пика: Площадь вычисляется по формуле:

$$S = N + \frac{M}{2} - 1,$$

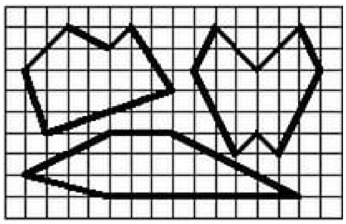
где M – количество узлов на границе (считая вершины), N – количество узлов внутри многоугольника.

Рассмотрим примеры применения этой формулы (пока без доказательства):

Задачи:

1. Нарисуйте какие-нибудь многоугольники с вершинами в узлах сетки с параметрами:
   а) $N = 1$; $M = 4$; б) $N = 1$; $M = 8$; в) $N = 2$; $M = 10$;
   г) $N = 3$; $M = 12$; д) $N = 0$; $M = 3$; е) $N = 3$; $M = 3$

   Посчитайте их площадь вручную и убедитесь, что формула Пика даёт тот же результат.



2. Проверьте истинность формулы Пика для многоугольников на рисунке.
3. Нарисуйте треугольник площади $\frac{1}{2}$, у которого все стороны больше 5, а вершины лежат в узлах сетки.
4. Пусть A и B два узла клетчатой бумаги, из которых, второй на p клеток правее и на q клеток выше первого. Чему равно расстояние от прямой AB до ближайшего к ней узла, не лежащего на этой прямой?
5. Можно ли квадрат 50×50 разбить на 15 одинаковых многоугольников с вершинами в узлах сетки?
6. Шахматный король обошёл шахматную доску, побывав в каждом поле ровно один раз и последним ходом вернувшись на исходное поле. Ломаная, последовательно соединяющая центры полей, не имеет самопересечений. а) Нарисуйте такую ломаную, б) найдите площадь, ограниченную этой ломаной.
7. Найдется ли прямоугольный треугольник с целыми сторонами и вершинами в узлах сетки
   а) на сторонах которого нет узлов сетки кроме вершин;
   б) ни одна из сторон которого не проходит по линиям сетки?

Одним из интересных результатов геометрии на клетчатой бумаге является *формула Пика*. Оказывается, что для многоугольников **с вершинами в узлах сетки** площадь задаётся количеством узлов, попавших внутрь многоугольника и на его границу.

Формула Пика: Площадь вычисляется по формуле:

$$S = N + \frac{M}{2} - 1,$$

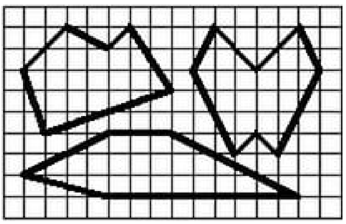
где M – количество узлов на границе (считая вершины), N – количество узлов внутри многоугольника.

Рассмотрим примеры применения этой формулы (пока без доказательства):

Задачи:

1. Нарисуйте какие-нибудь многоугольники с вершинами в узлах сетки с параметрами:
   а) $N = 1$; $M = 4$; б) $N = 1$; $M = 8$; в) $N = 2$; $M = 10$;
   г) $N = 3$; $M = 12$; д) $N = 0$; $M = 3$; е) $N = 3$; $M = 3$

   Посчитайте их площадь вручную и убедитесь, что формула Пика даёт тот же результат.



2. Проверьте истинность формулы Пика для многоугольников на рисунке.

3. Нарисуйте треугольник площади $\frac{1}{2}$, у которого все стороны больше 5, а вершины лежат в узлах сетки.

4. Пусть A и B два узла клетчатой бумаги, из которых, второй на p клеток правее и на q клеток выше первого. Чему равно расстояние от прямой AB до ближайшего к ней узла, не лежащего на этой прямой?

5. Можно ли квадрат 50×50 разбить на 15 одинаковых многоугольников с вершинами в узлах сетки?

6. Шахматный король обошёл шахматную доску, побывав в каждом поле ровно один раз и последним ходом вернувшись на исходное поле. Ломаная, последовательно соединяющая центры полей, не имеет самопересечений. а) Нарисуйте такую ломаную, б) найдите площадь, ограниченную этой ломаной.

7. Найдется ли прямоугольный треугольник с целыми сторонами и вершинами в узлах сетки
   а) на сторонах которого нет узлов сетки кроме вершин;
   б) ни одна из сторон которого не проходит по линиям сетки?