

Вспомним:

Что такое граф? Что такое степень вершины графа? Какие факты про графы вам известны?

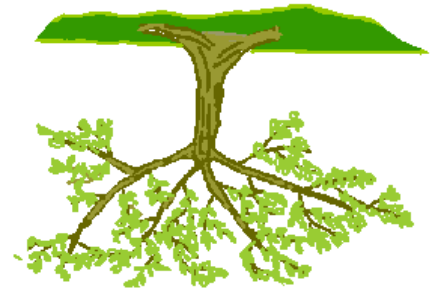
Связный граф — граф, между любыми двумя вершинами которого существует путь по ребрам.
Дерево — связный граф без циклов. (нарисуйте несколько примеров различных деревьев).

Задачи:

1. Докажите, что в каждом дереве найдётся две вершины степени один либо вершина степени ноль.

Висячая вершина — вершина степени 1.

2. Обязательно ли вершины дерева можно покрасить в два цвета так, чтобы каждое ребро соединяло вершины разного цвета?
3. В дереве есть по крайней мере две висячие вершины.
4. Докажите, что при удалении любого ребра из дерева оно превращается в несвязный граф.
5. Доказать, что в дереве число вершин на одну больше, чем число ребер.
6. Доказать, что связный граф, у которого число ребер на единицу меньше числа вершин, является деревом.
7. Докажите, что в связном графе существует остовное дерево (подграф, содержащий все вершины).
8. Существует ли граф, два остовных дерева которого не имеют общих ребер?

**Задачи посложнее:**

9. В графе все вершины имеют степень 3. Докажите, что в нем есть цикл.
10. Докажите, что в любом связном графе можно удалить вершину со всеми выходящими из нее ребрами так, чтобы граф остался связным.
11. В дереве есть 10 вершин степени 3, 15 вершин степени 4, а все остальные вершины — висячие. Сколько их?
12. Ребра графа, степени всех вершин которого равны 5, раскрасили в три цвета так, что по ребрам каждого цвета можно от любой вершины дойти до любой другой. Каким могло быть число вершин этого графа?
13. Волейбольная сетка — прямоугольник 50×600 клеток. Какое наибольшее число веревочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась?
14. Квадрат 8×8 выложили из спичек. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы с любого поля можно было пройти на любое другое, не перепрыгивая через спички?

Вспомним:

Что такое граф? Что такое степень вершины графа? Какие факты про графы вам известны?

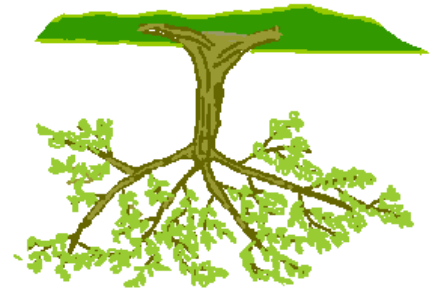
Связный граф — граф, между любыми двумя вершинами которого существует путь по ребрам.
Дерево — связный граф без циклов. (нарисуйте несколько примеров различных деревьев).

Задачи:

1. Докажите, что в каждом дереве найдётся две вершины степени один либо вершина степени ноль.

Висячая вершина — вершина степени 1.

2. Обязательно ли вершины дерева можно покрасить в два цвета так, чтобы каждое ребро соединяло вершины разного цвета?
3. В дереве есть по крайней мере две висячие вершины.
4. Докажите, что при удалении любого ребра из дерева оно превращается в несвязный граф.
5. Доказать, что в дереве число вершин на одну больше, чем число ребер.
6. Доказать, что связный граф, у которого число ребер на единицу меньше числа вершин, является деревом.
7. Докажите, что в связном графе существует остовное дерево (подграф, содержащий все вершины).
8. Существует ли граф, два остовных дерева которого не имеют общих ребер?

**Задачи посложнее:**

9. В графе все вершины имеют степень 3. Докажите, что в нем есть цикл.
10. Докажите, что в любом связном графе можно удалить вершину со всеми выходящими из нее ребрами так, чтобы граф остался связным.
11. В дереве есть 10 вершин степени 3, 15 вершин степени 4, а все остальные вершины — висячие. Сколько их?
12. Ребра графа, степени всех вершин которого равны 5, раскрасили в три цвета так, что по ребрам каждого цвета можно от любой вершины дойти до любой другой. Каким могло быть число вершин этого графа?
13. Волейбольная сетка — прямоугольник 50×600 клеток. Какое наибольшее число веревочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась?
14. Квадрат 8×8 выложили из спичек. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы с любого поля можно было пройти на любое другое, не перепрыгивая через спички?