

## Геометрия на сфере

1. На глобусе проведены 17 параллелей и 15 меридианов. На сколько частей они разбивают поверхность глобуса?
2. Назовём *дефектом* сферического многоугольника  $M$  величину  $\delta_M = \alpha_1 + \dots + \alpha_n - \pi \cdot (n - 2)$ , где  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  — внутренние углы  $M$ . Пусть  $M$  разбит на два многоугольника  $M_1$  и  $M_2$ . Докажите, что  $\delta_M = \delta_{M_1} + \delta_{M_2}$ .
3. Может ли сумма углов сферического треугольника равняться  $100500^\circ$ ?
4. *Неравенство треугольника*. На сфере дан треугольник со сторонами  $a, b$  и  $c$ . Всегда ли  $a + b > c$ ?
5. На сфере единичного радиуса расположены несколько дуг больших кругов по  $300^\circ$  каждая. Докажите, что хотя бы две из них имеют общую точку.
6. На сколько частей разбивают сферу три «прямые» (большие окружности)? Сколько среди них треугольных частей?
7. Пусть на сфере единичного радиуса дан прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$ . Докажите *сферическую теорему Пифагора*:  $\cos a \cdot \cos b = \cos c$  ( $a, b$  и  $c$  рассматриваются как углы в радианной мере).
8. а) Верно ли, что на сфере из точки вне данной «прямой» (большой окружности) можно провести ровно один перпендикуляр к данной «прямой»?  
б) Дайте определение расстояния от точки до «прямой» на сфере.  
в) Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от данных двух «прямых» на сфере.  
г) Верно ли, что в любой треугольник на сфере можно вписать окружность?
9. Верно ли, что вокруг любого треугольника на сфере можно описать окружность?
10. а) На сфере задана окружность. Найдите геометрическое место точек, из которых можно провести касательную к этой окружности. б) Если можно провести две касательные, верно ли, что их отрезки от данной точки до точек касания будут равны?
11. Докажите, что медианы сферического треугольника пересекаются в одной точке. Сработает ли здесь то же рассуждение, что и в евклидовом случае?