

Применим инверсию

Задача 1. ABC — равнобедренный треугольник с основанием BC ; S — окружность с центром в точке A и радиусом AB . Во что переходит отрезок BC при инверсии относительно окружности S ?

Задача 2. а) На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC взяты произвольные точки K , L и M соответственно. Докажите, что описанные окружности треугольников AKM , BKL и CLM пересекаются в одной точке.

б) ABC — равнобедренный треугольник с основанием BC ; K и M — произвольные точки на боковых сторонах AB и AC соответственно, а L — произвольная точка на дуге BC описанной окружности треугольника ABC . Верно ли, что описанные окружности треугольников AKM , BKL и CLM пересекаются в одной точке?

Задача 3. Через точки A и B проведены окружности S_1 и S_2 , касающиеся окружности S , и окружность S_3 , перпендикулярная S . Докажите, что S_3 образует равные углы с окружностями S_1 и S_2 .

Задача 4. Даны четыре окружности — S_1 , S_2 , S_3 , S_4 . Окружности S_1 и S_2 пересекаются в точках A_1 и A_2 , S_2 и S_3 — в точках B_1 и B_2 , S_3 и S_4 — в точках C_1 и C_2 , S_4 и S_1 — в точках D_1 и D_2 . Известно, что точки A_1 , B_1 , C_1 и D_1 лежат на одной окружности. Докажите, что точки A_2 , B_2 , C_2 и D_2 лежат на одной прямой или на одной окружности.

Задача 5. Из четырёх точек A , B , C , D никакие три не лежат на одной прямой. Докажите, что угол между описанными окружностями треугольников ABC и ABD равен углу между описанными окружностями треугольников ACD и BCD .