

Инверсия в пространстве

1. а) Дайте определение инверсии пространства относительно сферы.
б) Докажите, что при инверсии пространства плоскости и сферы переходят в плоскости и сферы. *Подсказка:* сведите к плоскому случаю.
в) Для данной сферы Σ_1 постройте такую сферу Σ_2 , что инверсия относительно Σ_2 переводит Σ_1 в плоскость.
г) Докажите, что при этой инверсии окружности на сфере Σ_1 переходят в окружности или прямые на плоскости.
2. На сторонах AB , BC и AC (плоского, евклидова) треугольника ABC отмечены произвольные точки K , L и M соответственно. Докажите, что описанные окружности треугольников AKM , BKL , CLM пересекаются в одной точке.
3. Назовём *гексаэдром* многогранник, составленный из шести четырёхугольных граней. У гексаэдра 8 вершин. Докажите, что если 7 из них лежат на сфере, то на этой же сфере лежит и 8-я вершина.
4. На рёбрах AB , BC , AC , AD , BD и CD тетраэдра $ABCD$ взяты точки K , L , M , P , Q и R соответственно. Докажите, что описанные сферы тетраэдров $AKMP$, $BKQL$, $CLMR$ и $DPQR$ пересекаются в одной точке.