

Гробарий

Нехотя вспомнишь и время былое,
Вспомнишь и лица, давно позабытые.
И. С. Тургенев

1. В фотоателье залетели 50 птиц — 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Сколько кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: у него останется не меньше 11 птиц какого-то одного вида, и не меньше десяти — какого-то другого?

2. Даны 103 монеты одинакового внешнего вида. Известно, что две из них — фальшивые, что все настоящие одинакового веса, что фальшивые — тоже одинакового веса, отличающегося от веса настоящих монет. Но неизвестно, в какую сторону отличаются веса фальшивых монет от настоящих. Как можно это узнать с помощью трёх взвешиваний на двухчашечных весах без гирь? (Выявлять фальшивые монеты не требуется.)

3. Какое максимальное число ферзей можно расставить на доске 8×8 так, чтобы они не били друг друга?

4. Двое играют на доске 8×8 . Первый игрок выставляет на доску Т-образные фигурки из четырех клеток, а второй — уголки из трёх клеток. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из двух игроков может обеспечить себе победу и как он для этого должен играть?

5. За столом сидят 7 гномов, перед каждым — кружка, в некоторые налит эль (но, быть может, не поровну). Первый гном разлил весь свой эль поровну в кружки всем остальным. Затем второй разлил свой эль поровну всем остальным (включая первого), затем третий гном и т.д. до седьмого. Когда и седьмой гном разлил свой эль, у всех оказалось столько же эля, сколько было вначале. Сколько эля в каждой кружке, если всего его 3 литра?

6. В ряду из а) 2016; б) 2015 гирек вес каждой гирьки составляет целое число граммов и не превышает 1 кг. Веса любых двух соседних гирек отличаются ровно на 1 г, а общий вес всех гирь в граммах является чётным числом. Докажите, что гирьки можно разделить на две кучки, суммы весов в которых равны.

7. Двое играют на доске 19×94 клеток. Каждый по очереди отмечает квадрат по линиям сетки (любого возможного размера) и закрашивает его. Выигрывает тот, кто закрасит последнюю клетку. Дважды закрашивать клетки нельзя. Кто выигрывает при правильной игре?

8. Имеется 555 гирь весом: 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, ..., 555 г. Разложите их на 3 равные по весу кучи.

9. Радиолампа имеет семь контактов, расположенных по кругу и включаемых в штепсель, имеющий семь отверстий. Можно ли так занумеровать контакты лампы и отверстия штепселя, чтобы при любом включении лампы хотя бы один контакт попал на свое место (т.е. в отверстие с тем же номером)?

10. Приведённые ниже выражения — обычные обозначения времени в венгерском языке. Справа — значения этих выражений.

három percel mulva három negyed három — 2 часа 42 минуты

három perc mult három negyed három — 2 часа 48 минут

négy percel mulva negyed három — 2 часа 11 минут

négy perc mult négy — 4 часа 4 минуты

Выясните, как в венгерском языке обычно обозначается время 3 часа 3 минуты и 3 часа 19 минут.

11. На конгресс собрались учёные, среди которых есть друзья. Оказалось, что любые два из них, имеющие на конгрессе равное число друзей, не имеют общих друзей. Докажите, что найдётся учёный, который имеет ровно одного друга из числа участников конгресса.

12. На окружности отмечено 9 синих и одна красная точка. Незнайка рисует те многоугольники, у которых все вершины синие. А Тюбик рисует те, у которых есть красная вершина. У кого получится больше многоугольников и на сколько?

13. Двое играют в игру в квадрате 8×8 . Первый может своим ходом закрасить любую клетку квадрата. А второй может своим ходом любой уголок из трёх клеток. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто из игроков может гарантировать себе выигрыш, и как он для этого должен играть?

14. В некоторой стране любые два города соединены линией одной из двух авиакомпаний. Докажите, что одна из авиакомпаний может закрыться, и при этом по-прежнему можно будет долететь из любого города в любой другой (возможно, с пересадками).

15. Фокуснику завязывают глаза, а зритель выкладывает в ряд 8 одинаковых монет, сам выбирая, какие — орлом вверх, а какие — решкой. Ассистент фокусника просит зрителя написать на листе бумаги любое целое число от 1 до 8 и показать его всем присутствующим. Увидев число, ассистент указывает зрителю на одну из монет ряда и просит перевернуть ее. Затем фокуснику развязывают глаза, он смотрит на ряд монет и безошибочно определяет написанное зрителем число.

16. Расшифруйте пример на умножение, если буквой Ч зашифрованы чётные цифры (не обязательно одинаковые), а буквой Н — нечётные:

$$\begin{array}{r}
 \text{Н Ч Ч} \\
 \times \quad \text{Ч Ч} \\
 \hline
 \text{Ч Н Ч Ч} \\
 + \text{Ч Н Ч} \\
 \hline
 \text{Н Н Ч Ч}
 \end{array}$$

17. В ряду из 2009 гирек вес каждой гирьки составляет целое число граммов и не превышает 1 кг. Веса любых двух соседних гирек отличаются ровно на 1 г, а общий вес всех гирь в граммах является чётным числом. Докажите, что гирьки можно разделить на две кучки, суммы весов в которых равны.

18. Гномы сели за круглый стол и голосованием решили много вопросов. По каждому вопросу можно было голосовать «за», «против» или воздержаться. Если оба соседа какого-либо гнома по какому-нибудь вопросу выбрали один и тот же вариант ответа, то при голосовании по следующему вопросу он выберет этот же вариант. А если они выбрали два разных варианта, то при голосовании по следующему вопросу гном выберет третий вариант. Известно, что по вопросу „Блестит ли золото?“ все гномы проголосовали «за», а по вопросу „Страшен ли Дракон?“ Торин воздержался. Сколько могло быть гномов?

19. Дети перебрасываются красными, белыми и синими мячами. Каждый ребенок бросил и поймал в сумме три мяча, причем это мячи различных цветов. Кроме того, некоторые три мяча были брошены, но никем не пойманы. Докажите, что эти три мяча — трёх различных цветов.

20. По кругу расставлены 15 натуральных чисел. Докажите, что можно выкинуть два соседних числа так, что оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.